

Renshaw and Haberman モデルのパラメータ推定の安定性評価

石井太研究会

経済学部 4 年 29 組 21907029 北原伸太郎

概要

本研究は死亡率推計で使われる Renshaw and Haberman(RH)モデルのパラメータ推定の安定性を、同じく死亡率推計で使われる Lee and Carter(LC)モデルのパラメータ推定と比較しながら評価することを目的としたものである。

本研究では二つの観点から安定性の評価を行った。一つ目は全国、東京、愛知、鳥取男女の死亡データそれぞれに対し、LCモデルとRHモデルの当てはめを実行し、そのパラメータをプロットしてグラフの形状を比較し、二つ目は、当てはめ対象とする年齢・年次範囲を変えた時のパラメータの変動をマンハッタン距離の測定によって評価した。

前者の結果、LCモデルと比べてRHモデルはパラメータの変動が大きいことがグラフの形状から示された。

また、後者の結果、年齢・年次範囲を変えた時、LCモデルよりもRHモデルの方が距離はかなり大きくなっていることがわかり、パラメータの変動の大きさが示された。

これらのことからRHモデルのパラメータ推定はLCモデルと比べて不安定だということがわかった。ただし、年次範囲を多くとったものの方が解釈がしやすい結果になる場合もあり、RHモデルが適合性が高い場合もあることも示唆された。

目次

1. 研究背景、目的	6
2. 先行研究	6
3. データと方法	7
(1) データ	7
(2) 方法	7
4. 結果と考察	9
5. 結論	10
参考文献	11

図目次

1. 1975~2021 年の 0~99 歳全国男性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 12
2. 1975~2021 年の 0~99 歳東京男性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 12
3. 1975~2021 年の 0~99 歳愛知男性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 13
4. 1975~2021 年の 0~99 歳鳥取男性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 13
5. 1975~2021 年の 0~99 歳全国女性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 14
6. 1975~2021 年の 0~99 歳東京女性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 14
7. 1975~2021 年の 0~99 歳愛知女性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 15
8. 1975~2021 年の 0~99 歳鳥取女性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果 15
9. 1975~2021 年の全国男性死亡データを用いた年齢範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果 16
10. 1975~2021 年の東京男性死亡データを用いた年齢範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果 17
11. 0~99 歳の全国男性死亡データを用いた年次範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果 18
12. 全国と愛知の男性死亡データを用いた残差のプロット 19

表目次

1. Currie(2016)が評価を行った死亡率推計の 8 つのモデル	20
2. 男性の 60~99 歳と 65~99 歳の二種類の年齢範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離	20
3. 女性の 60~99 歳と 65~99 歳の二種類の年齢範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離	21
4. 1950~2021 年と 1955~2021 年の二種類の年次範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離	21

1. 研究背景・目的

本研究は、死亡率推計で使われる Renshaw and Haberman モデルのパラメータ推定の安定性を評価することを目的とする。

現在、死亡率推計モデルとして、Lee and Carter(1992)によって考案されたリレーショナルモデルが日本を含めた世界中で使われている。以下このモデルを LC モデルと呼ぶ。LC モデルは(1)の式で表される。左辺は年齢 x 歳、年次 t 年の対数死亡率である。右辺の α_x は死亡率の標準的な年齢パターン、 $\kappa_t^{(1)}$ は各年次の死亡水準を表す死亡指数、 $\beta_x^{(1)}$ は $\kappa_t^{(1)}$ の変化に応じた年齢別死亡率の変化率、 $\varepsilon_{x,t}$ は残差である。例えば、国立社会保障・人口問題研究所(2017)「日本の将来推計人口」でも将来生命表を作成する際に(1)を日本の死亡状況に適合させた修正 LC モデルを用いている。

$$\log(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \varepsilon_{x,t} \quad (1)$$

また、このモデルから派生して様々な死亡率推計モデルが考案されてきた。その中の一つに Renshaw and Haberman(2006)によって考案されたモデルがある。これは LC モデルにコーホート効果を取り入れたモデルである。以下このモデルを RH モデルと呼ぶ。RH モデルは(2)の式で表される。 $\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}, \varepsilon_{x,t}$ のパラメータの意味は LC モデルと同じであるが、右辺にコーホート効果を表す γ_{t-x} と年齢に応じたコーホート効果の調整項である $\beta_x^{(0)}$ がパラメータとして追加され、これらの積が加えられたモデルとなっている。

$$\log(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t} \quad (2)$$

しかし、この RH モデルは日本の死亡率データを用いて推定した時に、パラメータの推定値が安定しないとの問題があることから、その評価を行うのが本研究の目的である。

2. 先行研究

本節では LC・RH モデルについてこれまで行われてきた研究を概観し、本研究の位置付けについて述べる。

LC モデル(Lee and Carter 1992)は(1)で表され死亡率推計が可能なリレーショナルモデルである。その長所は、シンプルなモデルと統計的時系列手法を組み合わせたこと、過去のデータとトレンドに基づいていることとされている。Lee and Carter(1992)では、実際にアメリカの 1933~1987 年の男女のデータを使用してモデルへの当てはめが行われており、モデルから推計された死亡率の予測値と実績値の比較が行われている。その当てはめは概ね良好であるが、10 歳代と 20 歳代では他の年齢階級に比べて適合度が若干下がると述べられている。

RH モデル(Renshaw and Haberman 2006)は、LC モデルにコーホート項を取り入れることで LC モデルでは拾いきれなかったコーホート効果による死亡要因を表そうとするモデルである。Renshaw and Haberman(2006)はイングランドとウェールズの1961~2003年の男女のデータを使用してモデル推定を行っている。また、LC・RH モデルと、年齢効果とコーホート効果を取り入れたダミーモデルの3つのモデルに対して残差の分析が行われている。この結果、RH モデルの方が他の2つと比較して残差の偏りがないため3つの効果がうまく捉えられていることを示している。

そして、Curie(2016)は、1960~2009年のアメリカ、イギリス、日本、オーストラリア、スウェーデン、フランスの男性データを用いて表1にあるようにLC・RH モデルを含めた8つのモデルを推定し、それぞれの適合度などの評価を行っている。この中では、RH モデルについてパラメータの収束が非常に遅かったり、そもそも収束しなかったりする事例が報告されており、それはRenshaw and Haberman(2006)で適合度が高いとされていたイギリスのデータでも発生することを示している。また、 α や κ の値の安定性が極端に低いことも示しており、APC モデルと呼ばれる別の死亡率推計モデルの α の値を初期値として使用し、さらに特に当てはまりが悪かったアメリカのデータを用いて再度モデルの推定を試みている。しかし、そのまま扱うとパラメータが不安定になることから、総合的には予測に使えるモデルではないと述べられている。

Villegas et al. (2018)は、StMoMo パッケージという R 言語のパッケージを開発し、簡単に死亡率推計モデルを R で導けるようにした。具体的な方法については次節のデータと方法にて述べる。また、残差の分析も行っており、イングランドとウェールズの1961~2011年の55~89歳の男性の総死亡数とリスク対応延べ年数のデータを用いてLC・RH モデル両方のモデル推定を行い、それらの残差を縦軸に年齢、横軸に年次をとったプロットにして比較した。その結果、LC モデルには45度線上で誤差が大きい部分が観察され、その原因はコーホート効果を取り入れられていないからだ結論づけた。

3. データと方法

(1) データ

本研究では国立社会保障・人口問題研究所「日本版死亡データベース」の1歳×1年の年齢別死亡数とリスク対応延べ年数の男女のデータを使用した。なお、このデータベースでは全国と47都道府県で合わせて48種類のデータが提供されているが、本研究で全国と東京都、愛知県、鳥取県のデータを使用した。これは、日本全国に加え大都市、県庁所在地が政令指定都市に指定されている自治体、その他の地方都市という観点である。また、全国は1950~2021年のデータを使用した。また、都道府県は1975~2021年のデータを使用した。また、年齢に関しては0~99歳を用いた。

(2) 方法

次に、本研究における分析方法について述べる。

最初に、LC・RH モデルのパラメータ推定方法について述べる。両モデルのパラメータは、特異値分解によって行われることが一般的であるが、本研究ではこれを Villegas et al. (2018)による R の StMoMo パッケージにより実行した。Curie(2014)が指摘した RH モデルの収束問題について、Villegas et al. (2018)は StMoMo パッケージにおいて、LC モデルによるパラメータ推定をあらかじめ行い、LC モデルの α_x 、 $\beta_x^{(1)}$ 、 $\kappa_t^{(1)}$ の値を初期値として RH モデルのパラメータを推定することにより解決している。

そして、この方法により全国、東京都、愛知県、鳥取県男女それぞれに対して LC・RH モデルの当てはめを実行し、そのパラメータをプロットしてグラフの形状を比較する。ここで全国については、都道府県と合わせるため 1975~2021 年のデータを使用した。

次にパラメータ推定の安定性について、当てはめ対象となるデータ範囲を様々に変えた時のパラメータの変動をマンハッタン距離の測定によって評価する。ここで、一般的な距離がユークリッド距離であるのに対し、マンハッタン距離とは座標上の 2 点 $A(a_1, a_2, \dots, a_n), B(b_1, b_2, \dots, b_n)$ の間の距離 d を

$$d = \sum_{i=1}^n |b_i - a_i| \quad (i=1, \dots, n, n \in \mathbb{N})$$

で表したものである。

本研究では二つの観点からパラメータ推定の安定性の評価を行った、

まず第一に、当てはめ対象とする年齢範囲を変えた時の安定性を評価した。具体的には、モデルの対象となる年齢範囲を 60~99 歳と 65~99 歳の二種類としてモデルのパラメータ推定を行い、両者のパラメータの距離を算出する。ここで対象とするパラメータは LC モデルと RH モデルに共通する α_x 、 $\beta_x^{(1)}$ 、 $\kappa_t^{(1)}$ とし、その距離を比較することにより両モデルの安定性を評価する。なお、 α_x と $\beta_x^{(1)}$ に関しては 65~99 歳のパラメータで距離を算出する。また、この評価においては 1975~2021 年のデータを用いる。

次に第二として、当てはめ対象とする年次範囲を変えた時の安定性を評価した。具体的には、モデルの対象となる年次範囲を 1950~2021 年と 1955~2021 年の二種類としてモデルのパラメータ推定を行い、両者のパラメータの距離を算出する。ここでも対象とするパラメータは LC モデルと RH モデルに共通する α_x 、 $\beta_x^{(1)}$ 、 $\kappa_t^{(1)}$ とし、その距離を比較することにより両モデルの安定性を評価する。なお、 $\kappa_t^{(1)}$ に関しては 1955~2021 年のパラメータで距離を算出する。また、この評価においては 0~99 歳のデータを用いる他、1950~1974 年は全国データしかないため全国のみで比較する。

最後に、Villegas et al. (2018)と同様に残差のプロットを比較する。具体的には、全国と愛知の男性の死亡データを用いた LC・RH モデルの残差を縦軸に年齢、横軸に年次をとったグラフにプロットし、これらを比較する。

4. 結果と考察

まず第一に、全国、東京、愛知、鳥取の男女のデータを用いた LC・RH モデルのパラメータ推定結果について男性の結果を図 1~4 に、女性の結果を図 5~8 に示した。

LC モデルは全てのパラメータの概形が近いものになっていてパラメータの動きが安定していることがわかる。しかし、RH モデルはパラメータの概形が異なるものも多く、特に $\beta_x^{(1)}$ 、 γ_{t-x} は単調増加するパターンもあれば、単調減少するパターンもあるなどデータによってパラメータの挙動が異なり、不安定になっている。

また、R を用いてモデルの推定を行った際、愛知男性のデータを除く 7 つのデータで RH モデルは収束しなかったが LC モデルは収束した。この点からも RH モデルは安定したモデルだとは言い難い。

次に第二として、両者のパラメータの距離を用いた比較を行う。まず、年齢範囲を変えた際の距離について、男性の結果を表 2、女性の結果を表 3 にまとめた。そして、図 9、10 に全国と東京の男性の 60~99 歳と 65~99 歳の死亡データを用いた LC・RH モデルの推計結果を示した。

表 2、3 の距離を見ると、 α_x は死亡率の標準的な年齢パターンを表すパラメータであり、年齢範囲を変えたデータを用いて分析しても大きく変化することはないはずであるが、表 2、3 を見ると RH モデルの方が年齢範囲を変えただけで、大きくパラメータの動き方が変わっていることがわかる。

$\kappa_t^{(1)}$ はよりその傾向が顕著で、年齢範囲を 5 歳分変えただけで同じモデルでもパラメータの動きが大きく変化してしまうことがわかる。つまり、当てはめるデータの年齢範囲が少し変わると死亡率に影響を与える年次効果の内訳が大きく異なってしまうというを示している。

その一方、 $\beta_x^{(1)}$ は、LC・RH モデルの距離が他の 2 つに比べるとあまり変わらず距離だけで見ると安定しているが、先ほど述べたようにグラフの概形がデータによって大きく異なるので安定したパラメータの挙動とは述べ難い。

また、図 9、10 を見るとグラフの概形は年齢範囲を変えても大きく変わっていないことがわかるが、図 10(c) と (d) の $\kappa_t^{(1)}$ のように縦軸のスケールが大きく変化しているパラメータもある。

次に、年次範囲を動かした際の距離について全国のデータを用いて比較を行う。その結果を表 4 に示した。また、図 11 に全国の 1950~2021 年と 1955~2021 年の死亡データを用いた LC・RH モデルの推計結果を示した。

表 4 を見ると年齢範囲を変えた時と同様に α_x と $\kappa_t^{(1)}$ は距離の変化が顕著である一方、 $\beta_x^{(1)}$ の距離は大きくは変わっていない。特に男性の方が α_x と $\kappa_t^{(1)}$ の距離は大きいことがわかる。

また、図 11(a) と図 11(c) を比較した時グラフの概形にあまり違いはないことがわか

る。しかし、図 11(c)と図 11(d)を比較した時 $\beta_x^{(0)}$ 以外概形が変わっており、パラメータの安定性が低いことがわかる。

最後に Villegas et al. (2018)の研究にあるように残差の分析を行なった。その結果を図 12 で示した。

図 12(a)の残差は左下から右上にかけて 45 度線上にはっきりと線が入っている。それに対して図 12(b)は(a)と比較すると右上がりの線がぼやけており、誤差はやや小さくなったと考えられるが、無くなったとまでは言えない。つまり、RH モデルがコーホート効果を取り入れているとしても、死亡率に影響を与える要素が完全には説明しきれていないことを示している。

図 12(c)の残差は(a)ほどではないが同様に右上がりの線が入っていて、相関関係があることがわかる。それに対して図 12(d)はその線がぼやけており、誤差が小さくなったことが示されている。したがって、愛知の男性の死亡データを使用した場合は全国男性の死亡データと比べると RH モデルでコーホート効果をよりよく説明することができていると言える。

このことから RH モデルは場合によってはコーホート効果を反映して死亡率を説明できる適切なモデルになるが、どこの死亡データに対しても良い結果を導くわけではなく、パラメータを増やした分複雑になる可能性があることがわかる。

また、図 1 (b)と図 11(c)を比較した際、20 年分死亡データが多い図 11(c)の方は明らかに解釈しやすいものになっている。例えば、 α_x は死亡率の標準的な年齢パターンを表しており、本来ならば LC モデルのような概形になって RH モデルでもその形はあまり変化しないはずである。しかし、図 1 (b)で示された RH モデルは α_x のパラメータの動きが右上がりになって図 1 (a)と比較すると概形が大きく変化している一方、図 11(c)の概形は図 1 (a)に近づいており、解釈がしやすいものになっている。したがって、全国の死亡データのようにデータの年次が増えるほど RH モデルも解釈がしやすい安定したモデルになる可能性がある。

5. 結論

本研究では、Renshaw and Haberman モデルのパラメータ推定の安定性を評価することを目的として研究を行っていた。

先行研究では RH モデルも適合度が高い安定したモデルとして紹介している論文がある一方、不安定な結果が出ている論文もあり、本研究では日本のデータを用いて LC モデルとの比較を行いながら RH モデルのパラメータ推定をした。その結果、図 1~5 が示すグラフの概形からパラメータの安定性は LC に比べると低いことが示された。また表 1~3 から年齢・年次範囲を変化させたとしても LC モデルに比べると RH モデルの方がパラメータの変動が大きいことが示されるため、同様にパラメータの安定性は低いという結論になる。

しかし、その一方で図 11(c)のようにデータの年次が増えればパラメータの安定性が高まって将来的に解釈しやすいモデルになる可能性があるため、RH モデルが適合する場合もあると考えられる。

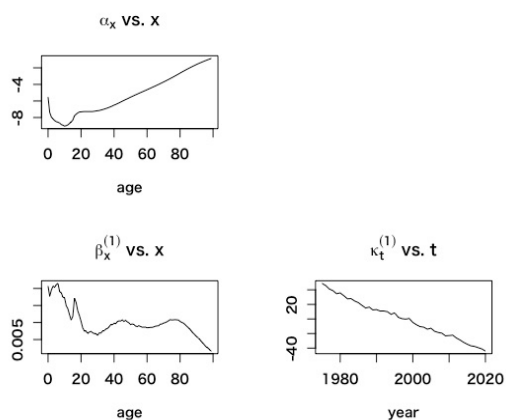
これらから、RH モデルはコーホート効果を取り入れているため死亡要因をより正確に説明できるモデルになり得る一方、データ数が少なかったり、そもそもコーホート効果が小さいデータの場合は、逆にパラメータが多いだけで解釈の難しいモデルになるということが示唆される。

最後に残された課題について述べておきたい。本研究では、全国、東京、愛知、鳥取の死亡データを扱って LC・RH モデルを推定したが、分析の対象としていない地域では異なる結果が得られる可能性もある。また、RH モデルのパラメータが安定する地域と不安定な地域の差については社会学的視点等を取り入れて考察することも必要である。それらについては今後の課題としたい。

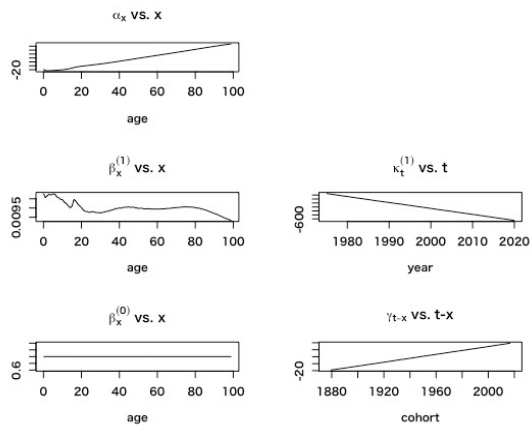
参考文献

- 国立社会保障・人口問題研究所(2017)「日本の将来推計人口」.
https://www.ipss.go.jp/pp-zenkoku/j/zenkoku2017/pp29_gaiyou.pdf (2022 年 12 月 25 日最終アクセス)
- 国立社会保障・人口問題研究所(2021)「日本版死亡データベース」.
<https://www.ipss.go.jp/p-toukei/JMD/index.asp> (2022 年 12 月 27 日最終アクセス)
- Currie,I.D.(2016)“On Fitting Generalized Linear and Non-linear Models of Mortality”, *Scandinavian Actuarial Journal*, Vol.2016,No.4,pp.356–383.
- Lee,R.D. and Carter,L.R.(1992)“ Modeling and Forecasting U. S. Mortality”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.87,No.419,pp. 659-671.
- Renshaw,A.E and Haberman,S.(2006)“A Cohort-based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors”, *Insurance: Mathematics and Economics*,Vol.38,No.3 pp.556-570.
- Villegas,A.M., Millossovich,P. and Kaishev,V.K.(2018)“StMoMo: An R Package for Stochastic Mortality Modeling”, *Journal of Statistical Software*,Vol.84,No.3,pp.1-38.

(a)LC モデル



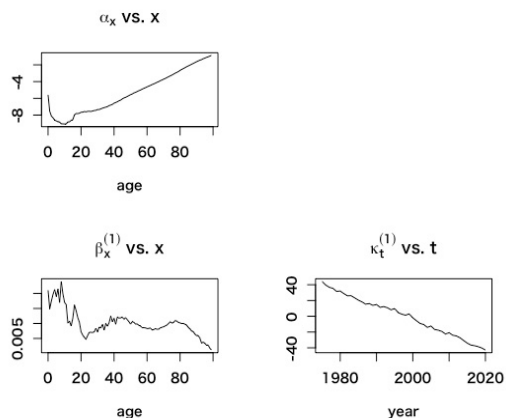
(b)RH モデル



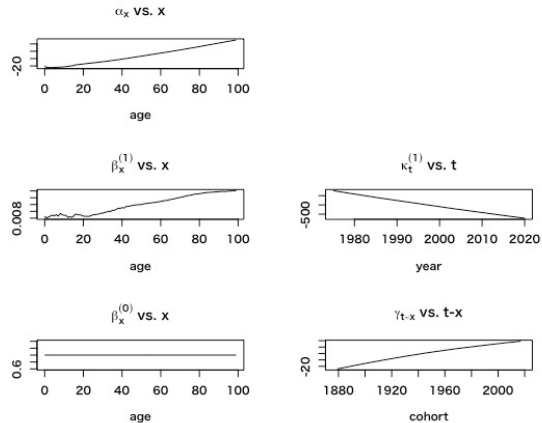
出典：筆者算定

図1 1975~2021年の0~99歳全国男性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



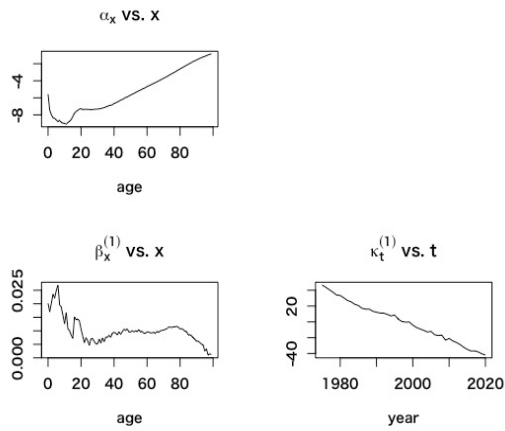
(b)RH モデル



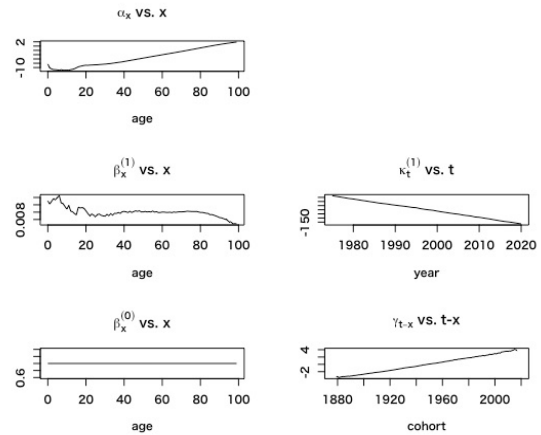
出典：筆者算定

図2 1975~2021年の0~99歳東京男性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



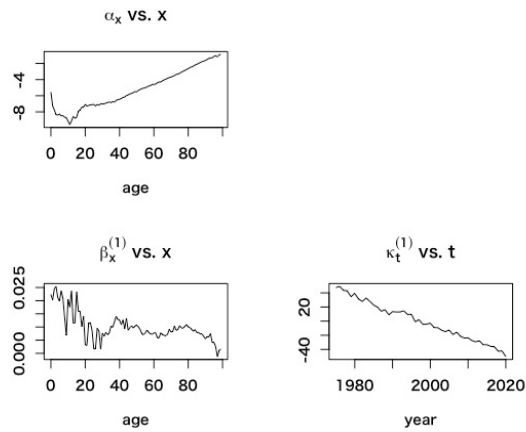
(b)RH モデル



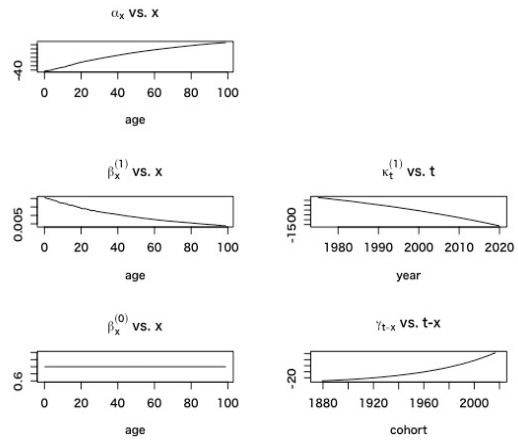
出典：筆者算定

図3 1975~2021年の0~99歳愛知男性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



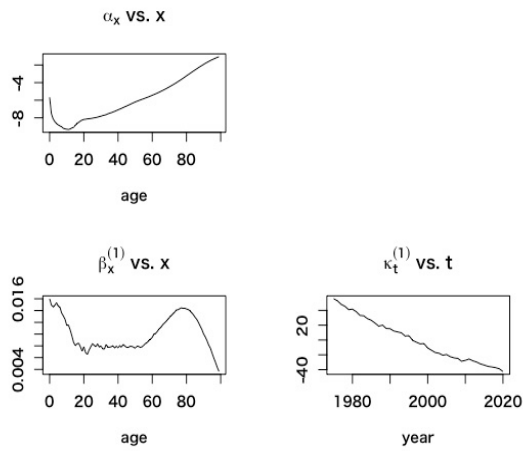
(b)RH モデル



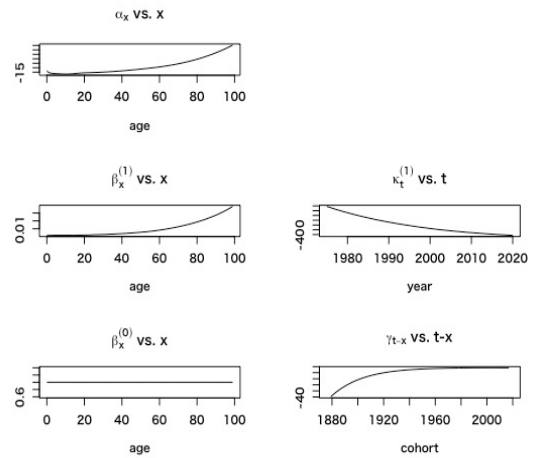
出典：筆者算定

図4 1975~2021年の0~99歳鳥取男性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



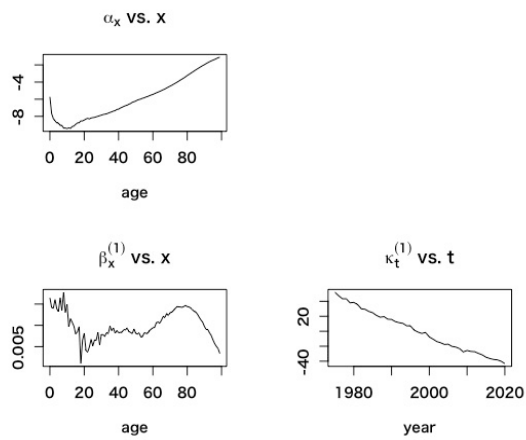
(b)RH モデル



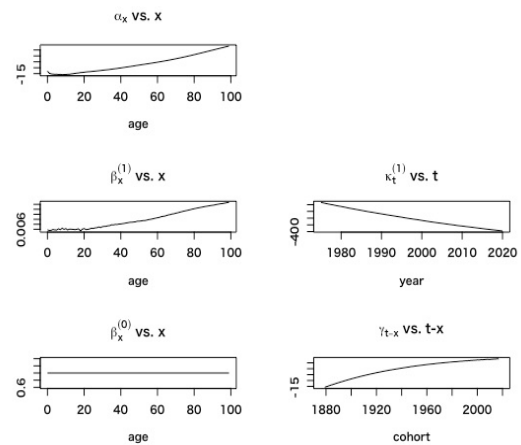
出典：筆者算定

図5 1975~2021年の0~99歳全国女性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



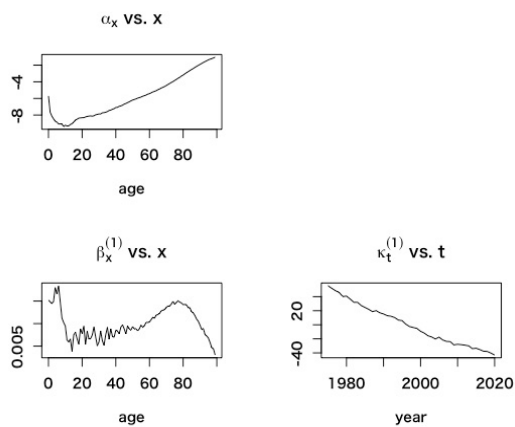
(b)RH モデル



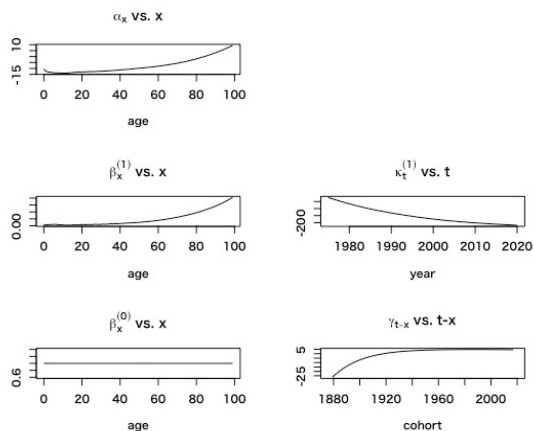
出典：筆者算定

図6 1975~2021年の0~99歳東京女性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



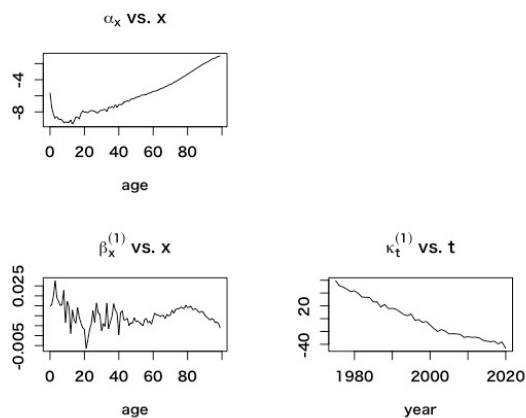
(b)RH モデル



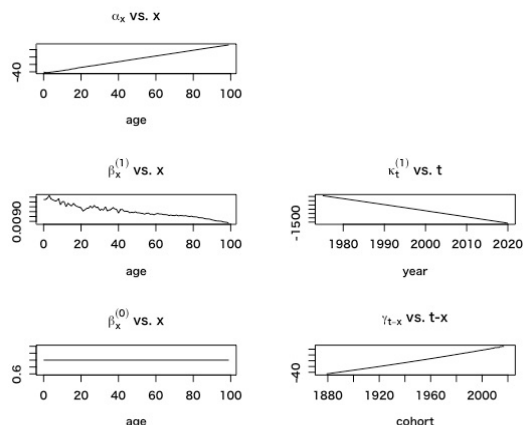
出典：筆者算定

図7 1975~2021年の0~99歳愛知女性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



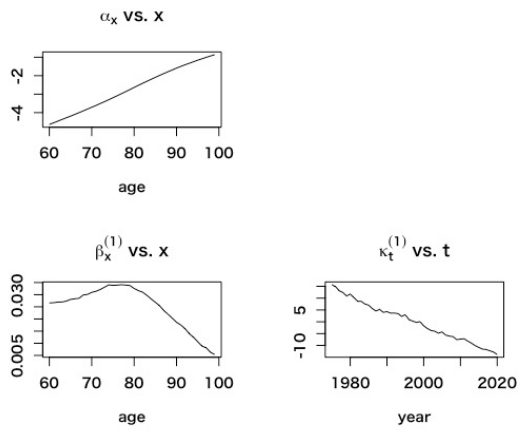
(b)RH モデル



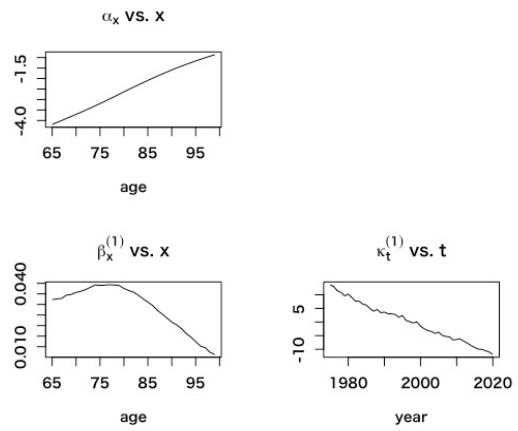
出典：筆者算定

図8 1975~2021年の0~99歳鳥取女性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

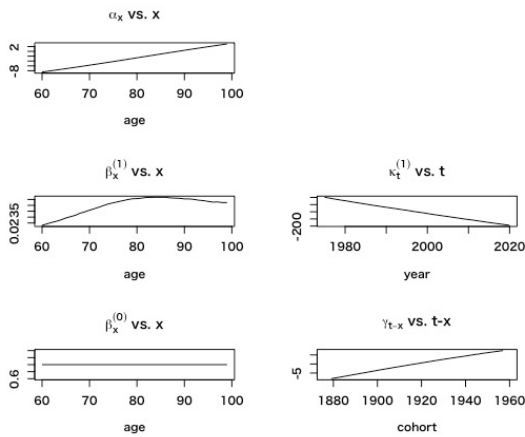
(a) LC モデル(60~99 歳)



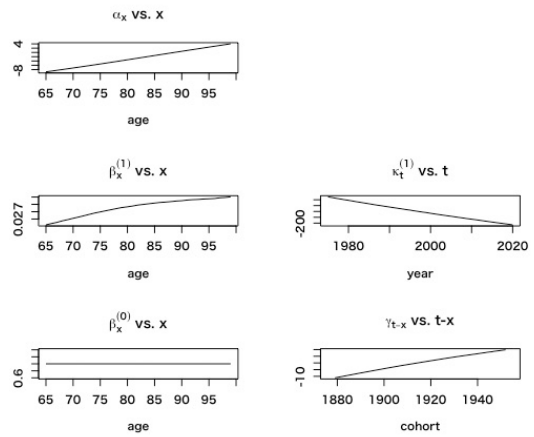
(b) LC モデル(65~99 歳)



(c) RH モデル(60~99 歳)



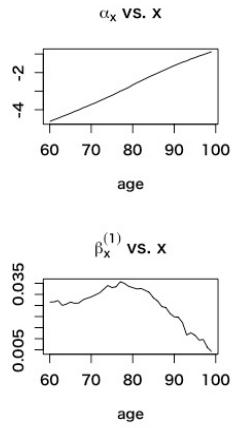
(d) RH モデル(65~99 歳)



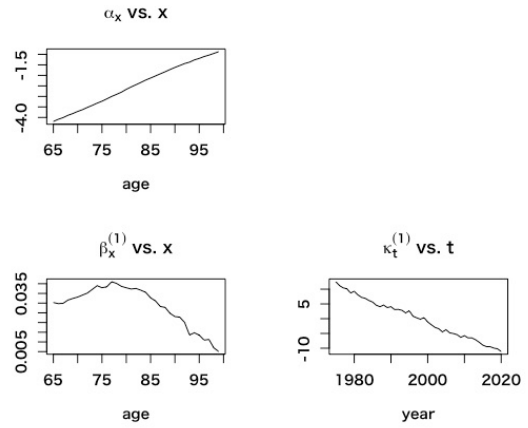
出典：筆者算定

図9 1975~2021 年の全国男性死亡データを用いた年齢範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果

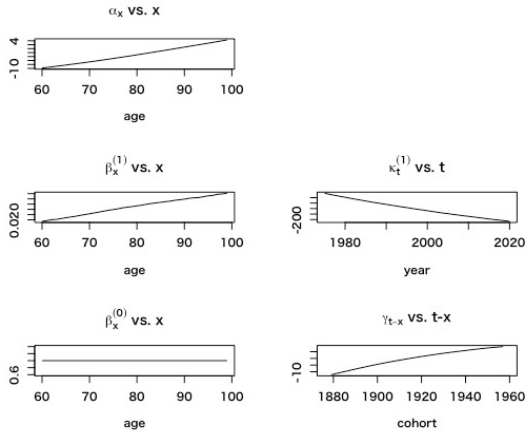
(a) LC モデル(60~99 歳)



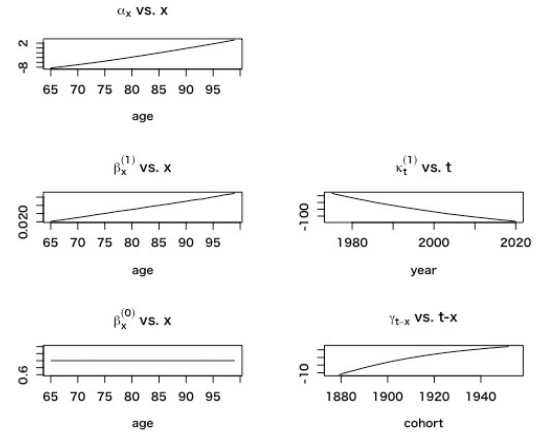
(b) LC モデル(65~99 歳)



(c) RH モデル(60~99 歳)



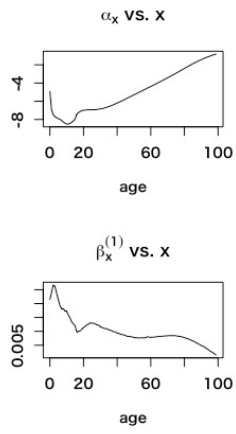
(d) RH モデル(65~99 歳)



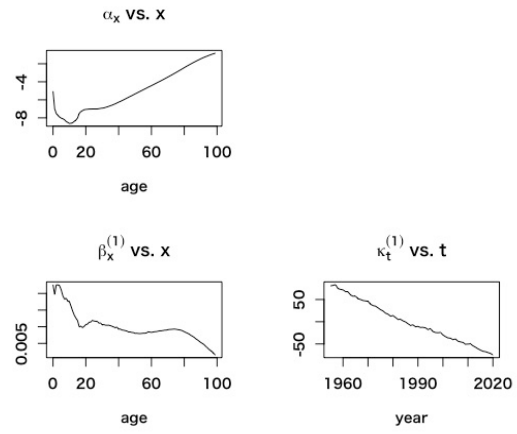
出典：筆者算定

図 10 1975~2021 年の東京男性死亡データを用いた年齢範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果

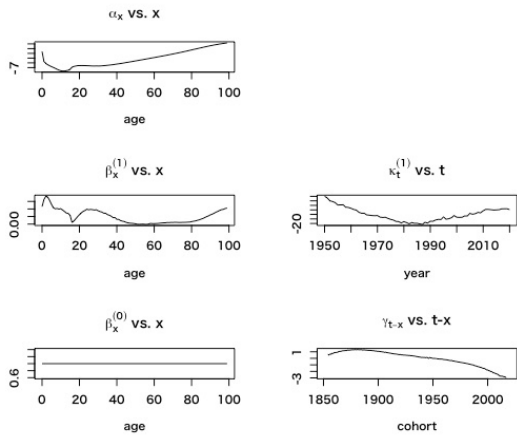
(a) LC モデル(1950~2021 年)



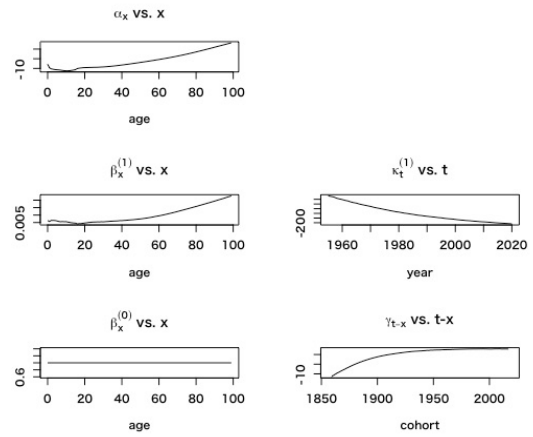
(b) LC モデル(1955~2021 年)



(c) RH モデル(1950~2021 年)



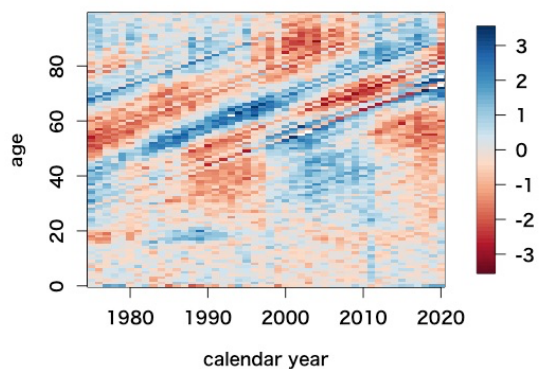
(d) RH モデル(1955~2021 年)



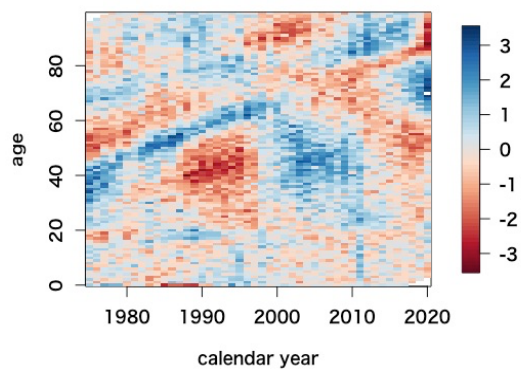
出典：筆者算定

図 11 0~99 歳の全国男性死亡データを用いた年次範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果

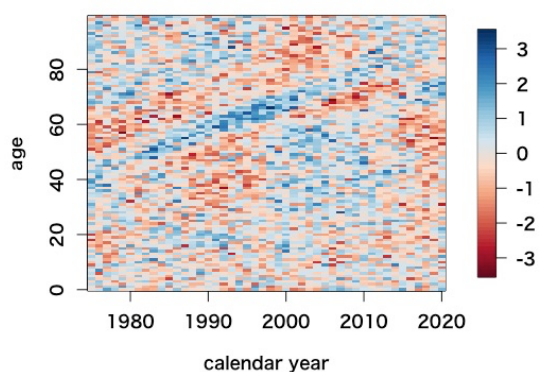
(a)全国 LC モデルの残差



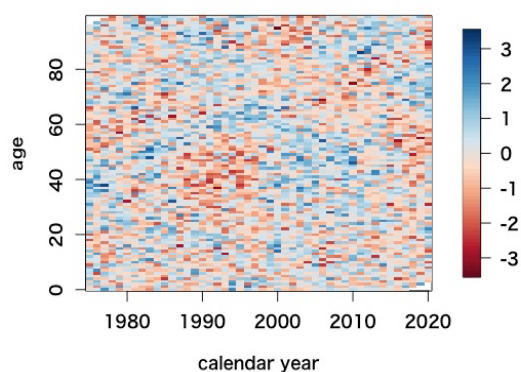
(b)全国 RH モデルの残差



(c)愛知 LC モデルの残差



(d)愛知 RH モデルの残差



出典：筆者算定

図 12 全国と愛知の男性死亡データを用いた残差のプロット

表 1 Currie(2016)が評価を行った死亡率推計の 8 つのモデル

モデル名	構造式
Lee-Carter(LC)	$\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}$
Renshaw-Haberman(RH)	$\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$
Age-period-cohort(APC)	$\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$
2-d Pspline	$\sum_{i,j} \theta_{i,j} B_{i,j}^{ay}(x, t)$
Cairns-Blake-Dowd(CBD)	$\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})$
CBD models with cohort effects	$\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x}) + \gamma_{t-x}$
Quadratic CBD models with cohort effects	$\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x}) + \kappa_t^{(3)}[(x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2]$ $+ \gamma_{t-x}$
CBD models with age modulated cohort effects	$\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x}) + \gamma_{t-x}(\delta - x)$

出典：Currie (2016)

表 2 男性の 60~99 歳と 65~99 歳の二種類の年齢範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離

(a) α_x の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	0.010	0.016	0.015	0.012
RH	30.069	24.561	27.703	20.207

(b) $\beta_x^{(1)}$ の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	0.135	0.131	0.139	0.123
RH	0.118	0.102	0.107	0.141

(c) $\kappa_t^{(1)}$ の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	43.622	38.595	46.360	37.773
RH	1031.269	1205.311	1216.605	420.556

出典：筆者算定

表 3 女性の 60~99 歳と 65~99 歳の二種類の年齢範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離

(a) α_x の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	0.001	0.001	0.003	0.004
RH	92.856	39.755	21.358	48.426

(b) $\beta_x^{(1)}$ の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	0.114	0.113	0.122	0.115
RH	0.151	0.104	0.059	0.124

(c) $\kappa_t^{(1)}$ の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	58.868	56.170	63.886	59.791
RH	5329.044	457.955	1429.934	1829.878

出典：筆者算定

表 4 1950~2021 年と 1955~2021 年の二種類の年次範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離

(a) 男性

	α	β	κ
LC	6.071	0.061	461.191
RH	230.225	0.958	9769.307

(b) 女性

	α	β	κ
LC	7.155	0.091	616.968
RH	45.639	0.634	1710.570

出典：筆者算定