

「Renshaw and Habermanモデルのパラ メータ推定の安定性評価」

慶應義塾大学経済学部 4年北原 伸太郎

目次

1. 本論文の概要
2. LC・RHモデルについて
3. 先行研究
4. 使用するデータ
5. 分析方法
6. 推計結果
7. 結論と考察
8. 参考文献

本論文の概要と結論

- ▶ 死亡率推計で使われる Renshaw and Haberman(RH)モデルのパラメータ推定の安定性を、同じく死亡率推計で使われる Lee and Carter(LC)モデルのパラメータ推定と比較しながら評価することを目的としている
- ▶ 本研究では今まで行われていなかった日本国内の詳細なデータを用いて推定を行うことでパラメータ推定の安定性を評価する
- ▶ 次節以降の分析結果によりRHモデルのパラメータ推定はLCモデルと比べて不安定だということがわかった。

LC・RHモデルについて

LCモデル

$$\log(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \varepsilon_x$$

α_x ...死亡率の標準的な年齢パターン
(年齢効果)

$\kappa_t^{(1)}$...各年次の死亡水準を表す死亡指数
(年次効果)

$\beta_x^{(1)}$... $\kappa_t^{(1)}$ の変化に応じた年齢別死亡率の変化率

ε_x ...残差

x...年齢

RHモデル

$$\log(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_x$$

γ_{t-x} ...コーホート効果

$\beta_x^{(0)}$...年齢に応じたコーホート効果の調整項

t...年次

先行研究

- ▶ Lee, R.D. and Carter, L.R. (1992)ではアメリカの1933~1987年の男女のデータを使用してLCモデルへの当てはめが行われ、モデルから推計された死亡率の予測値と実績値の比較が行われた
- ▶ Renshaw, A.E and Haberman, S. (2006)はイングランドとウェールズの1961~2003年の男女のデータを使用してモデル推定を行った
- ▶ Currie, I.D. (2016)は1960~2009年のアメリカ、イギリス、日本など6カ国の男性データを用いてLC・RHモデルへの当てはめが行われた。その中でRHモデルについてパラメータの収束が非常に遅かったり、そもそも収束しなかったりする事例が報告されている
- ▶ Villegas et al. (2018)はStMoMoパッケージというR言語のパッケージを開発し、簡単に死亡率推計モデルをRで導けるようにした

使用するデータ

- ▶ 国立社会保障・人口問題研究所「日本版死亡データベース」にある男女の1歳×1年の年齢別死亡数とリスク対応延べ年数
→対象とする自治体は全国、東京都、愛知県、鳥取県で、年度は全国は1950~2021年、都県は1975~2021年。年齢は0~99歳までのものを用いた

方法

- ▶ Villegas et al. (2018)によるStMoMoパッケージを用いてLC・RHモデルの推定を行った。Currie, I.D. (2016)で指摘されたデータの収束性の問題を解決するため、先にLCモデルのパラメータ推定を行い、その値を初期値としてRHモデルの推定を行った。ここで全国については都県と合わせるため1975~2021年のデータを使用した。そして、パラメータのグラフの形状を比較した。
- ▶ さらにLC・RHモデルの比較について二つの観点からパラメータ推定の安定性の評価を行った

LC・RHモデルの比較方法

使用するデータの年齢範囲を変える

- ▶ 年齢範囲を60~99歳と65~99歳の二種類としてモデルのパラメータ推定を行い、両者のパラメータの距離を算出する
- ▶ ここで対象とするパラメータは両者に共通する α_x 、 $\beta_x^{(1)}$ 、 $\kappa_t^{(1)}$ とする
- ▶ 年次範囲は1975~2021年とする

使用するデータの年次範囲を変える

- ▶ 年次範囲を1950~2021年と1955~2021年の二種類としてモデルのパラメータ推定を行い、両者のパラメータの距離を算出する
- ▶ 対象とするパラメータは年齢範囲を変えた時と同じ
- ▶ 年齢範囲は0~99歳とする
- ▶ この比較は1950~1974年のデータがある全国データのみを使用する

距離の測定について

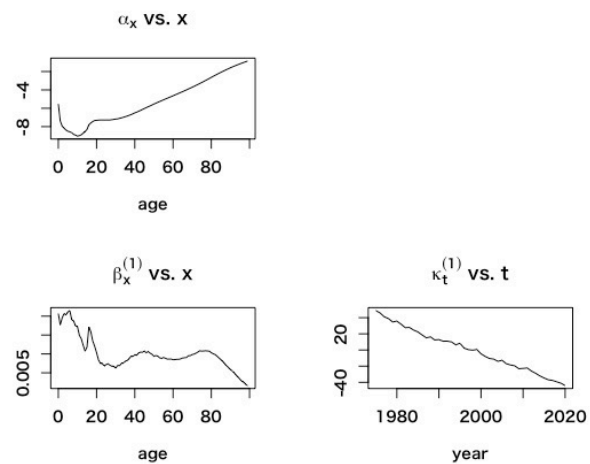
- ▶ 今回の比較では通常のユークリッド距離ではなくマンハッタン距離を用いて比較を行う。
- ▶ マンハッタン距離とは座標上の2点 $A(a_1, a_2, \dots, a_n), B(b_1, b_2, \dots, b_n)$ の間の距離 d を

$$d = \sum_{i=1}^n |b_i - a_i| \quad (i=1, \dots, n, n \in \mathbb{N})$$

で表したものである。

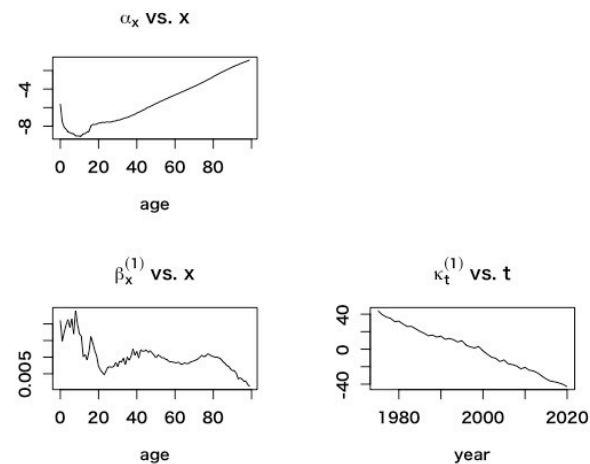
LCモデルの推計結果 (1975~2021年の0~99歳男性死亡データ)

全国



筆者算定

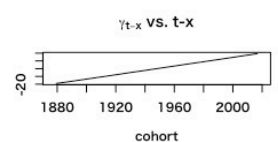
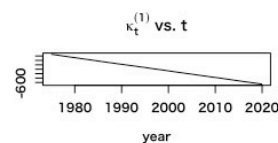
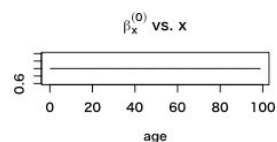
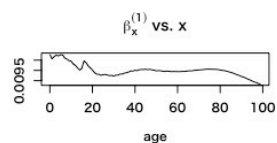
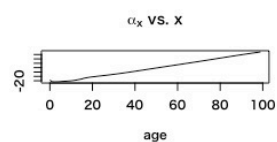
東京



筆者算定

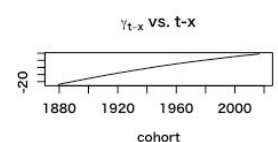
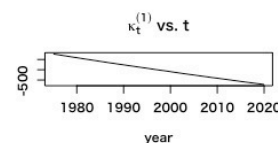
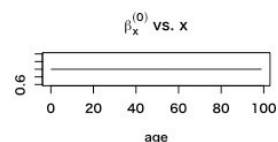
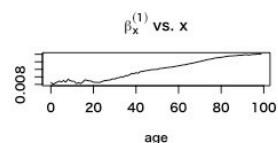
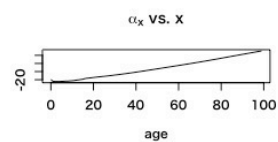
RHモデルの推計結果 (1975~2021年の0~99歳男性死亡データ)

全国



筆者算定

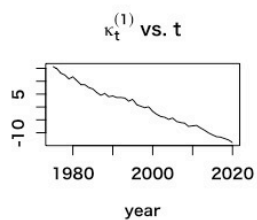
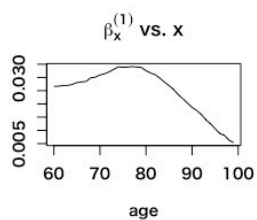
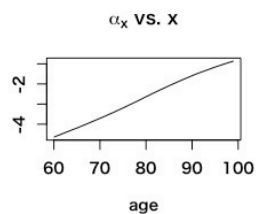
東京



筆者算定

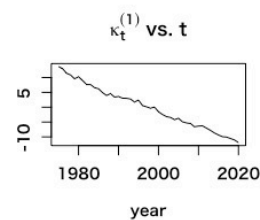
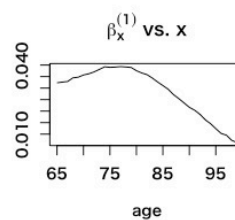
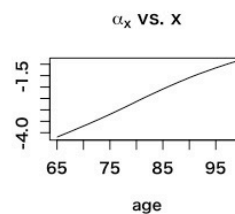
年齢範囲を変えたLCモデルの推計結果 (1975~2021年の全国男性死亡データ)

60~99歳



筆者算定

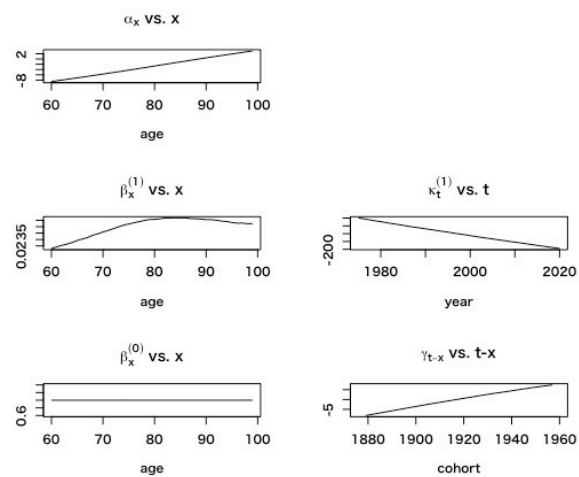
65~99歳



筆者算定

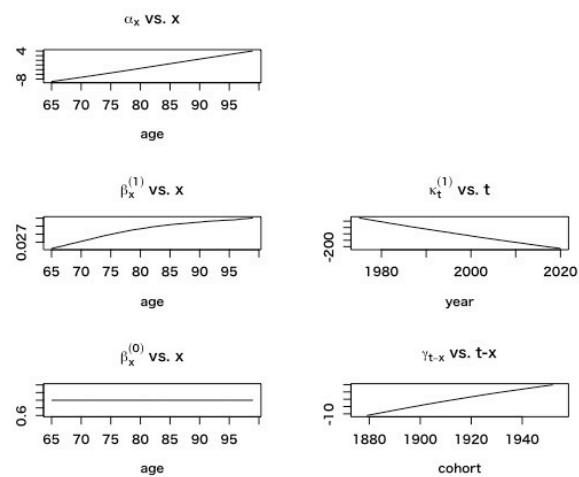
年齢範囲を変えたRHモデルの推計結果 (1975~2021年の全国男性死亡データ)

60~99歳



筆者算定

65~99歳



筆者算定

男性の60~99歳と65~99歳の二種類の年齢範囲から推定したパラメータをもとに算出した距離

(a) α_x の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	0.010	0.016	0.015	0.012
RH	30.069	24.561	27.703	20.207

(b) $\beta_x^{(1)}$ の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	0.135	0.131	0.139	0.123
RH	0.118	0.102	0.107	0.141

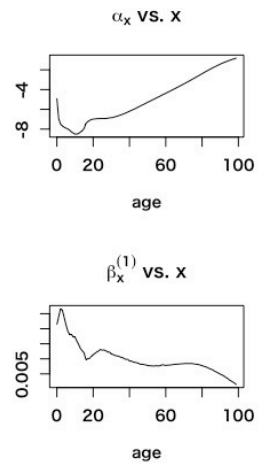
(c) $\kappa_t^{(1)}$ の距離

	全国	東京	愛知	鳥取
LC	43.622	38.595	46.360	37.773
RH	1031.269	1205.311	1216.605	420.556

筆者算定

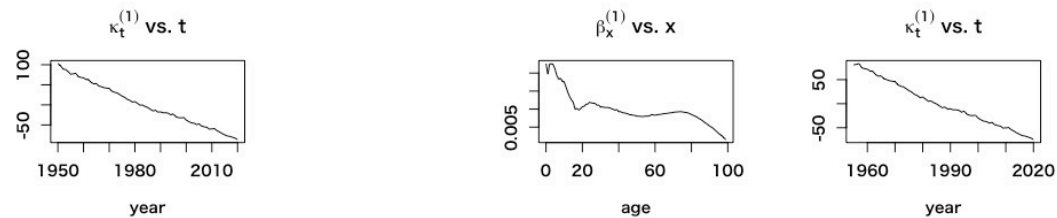
0~99歳の全国男性死亡データを用いた年次範囲を限定したLCモデルのパラメータ推計結果

1950~2021年



筆者算定

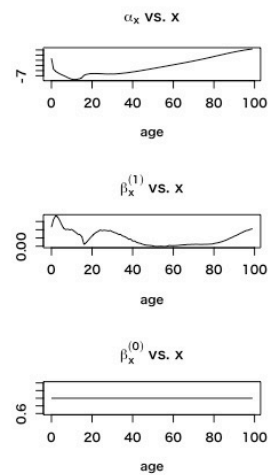
1955~2021年



筆者算定

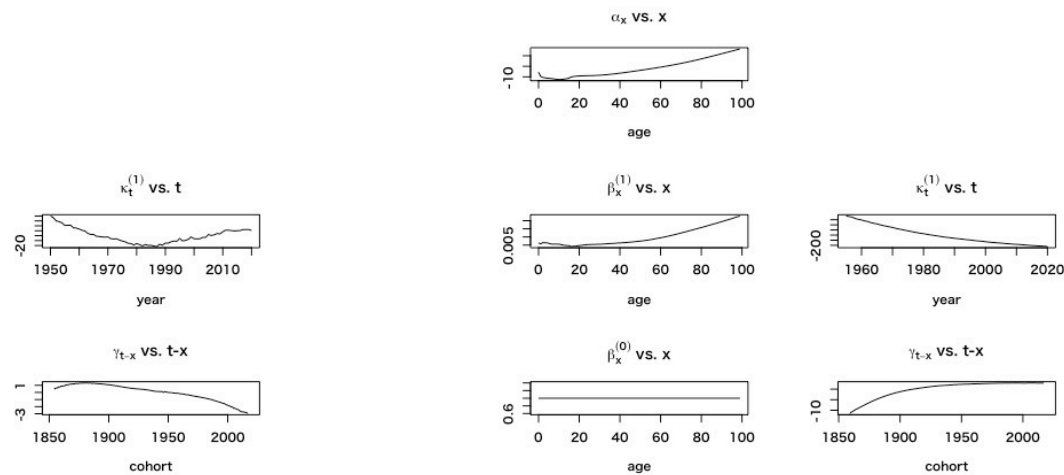
0~99歳の全国男性死亡データを用いた年次範囲を限定したRHモデルのパラメータ推計結果

1950~2021年



筆者算定

1955~2021年



筆者算定

1950~2021年と1955~2021年の二種類の年次範囲 から推定したパラメータをもとに算出した距離

	α	β	κ
LC	6.071412	0.06131335	461.1914
RH	230.225132	0.95785571	9769.3073

筆者算定

結論と考察

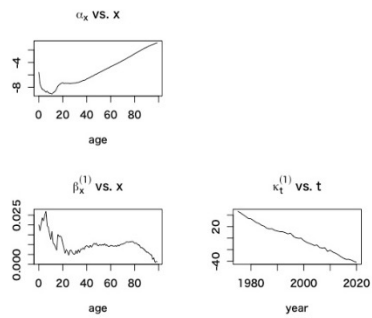
- ▶ 年齢や年次を限定していないLC・RHモデルの推計結果を示すグラフの概形を比較することで、RHモデルのパラメータの安定性はLCに比べると低いことが示された
- ▶ また、年齢や年次を限定し、その範囲を変化させたモデルを比較しても、LCモデルに比べるとRHモデルの方がパラメータの変動が大きいことが示されるため、同様にパラメータの安定性は低いことが示された
- ▶ 年次範囲を変化させた時の方がパラメータの動きが大きく、データの年次が増えればパラメータの安定性が高まって将来的に解釈しやすいモデルになる可能性もある
- ▶ RHモデルはコーホート効果を取り入れているため死亡要因をより正確に説明できるモデルになり得る一方、データ数が少なかったり、そもそもコーホート効果が小さいデータの場合は、逆にパラメータが多いただけで解釈の難しいモデルになるということが示唆される

参考文献

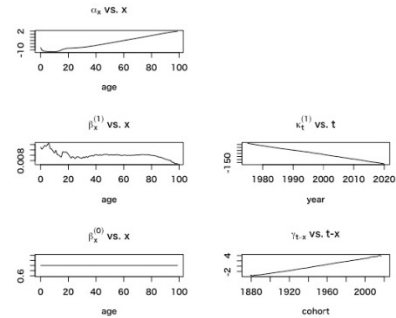
- ▶ 国立社会保障・人口問題研究所(2017)「日本の将来推計人口」. https://www.ipss.go.jp/pp-zenkoku/j/zenkoku2017/pp29_gaiyou.pdf (2022年12月25日最終アクセス)
- ▶ 国立社会保障・人口問題研究所(2021)「日本版死亡データベース」. <https://www.ipss.go.jp/p-toukei/JMD/index.asp> (2022年12月27日最終アクセス)
- ▶ Currie, I.D. (2016) "On Fitting Generalized Linear and Non-linear Models of Mortality", *Scandinavian Actuarial Journal*, Vol.2016, No.4, pp.356-383.
- ▶ Lee, R.D. and Carter, L.R. (1992) "Modeling and Forecasting U. S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.87, No.419, pp. 659-671.
- ▶ Renshaw, A.E and Haberman, S. (2006) "A Cohort-based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors", *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.38, No.3 pp.556-570.
- ▶ Villegas, A.M., Millossovich, P. and Kaishev, V.K. (2018) "StMoMo: An R Package for Stochastic Mortality Modeling", *Journal of Statistical Software*, Vol.84, No.3, pp.1-38.

付録①：その他の推定結果

(a)LC モデル



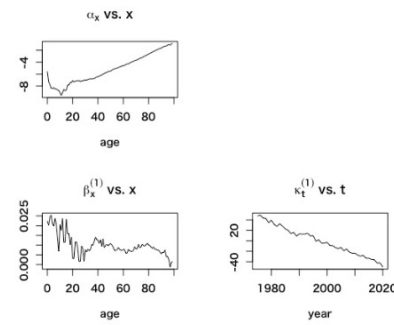
(b)RH モデル



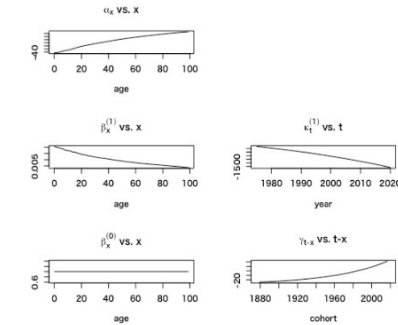
出典：筆者算定

図3 1975~2021年の0~99歳愛知男性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(a)LC モデル



(b)RH モデル

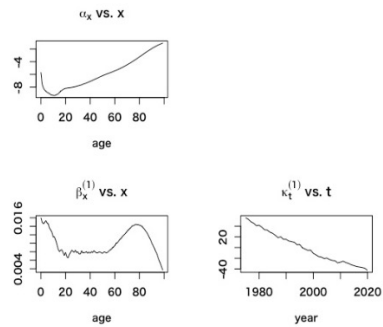


出典：筆者算定

図4 1975~2021年の0~99歳鳥取男性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

付録②：その他の推定結果

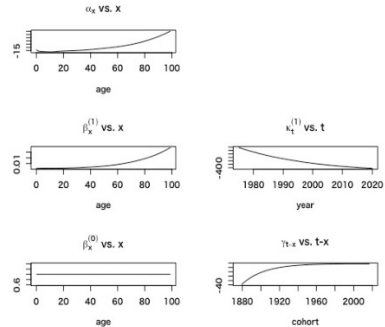
(a)LC モデル



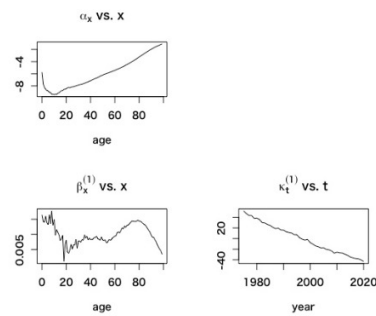
出典：筆者算定

図 5 1975~2021 年の 0~99 歳全国女性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果

(b)RH モデル



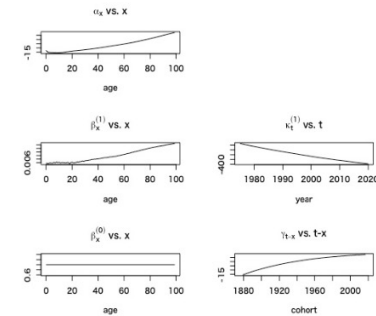
(a)LC モデル



出典：筆者算定

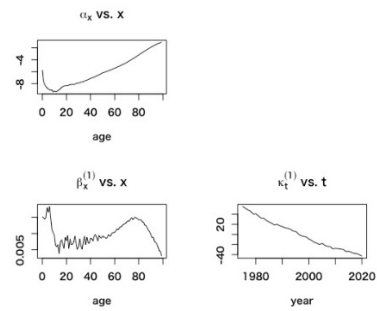
図 6 1975~2021 年の 0~99 歳東京女性死亡データを用いた LC・RH モデルのパラメータ推計結果

(b)RH モデル



付録③：その他の推定結果

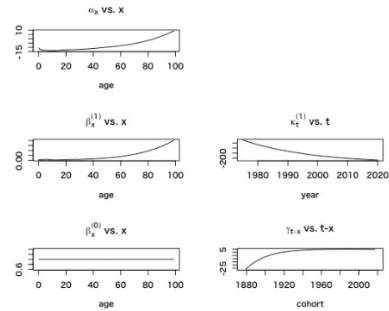
(a)LC モデル



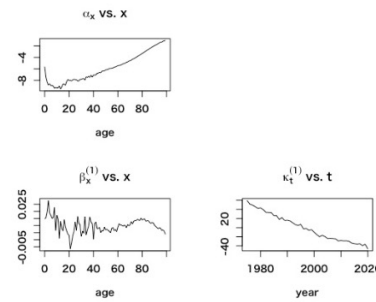
出典：筆者算定

図7 1975~2021年の0~99歳愛知女性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(b)RH モデル



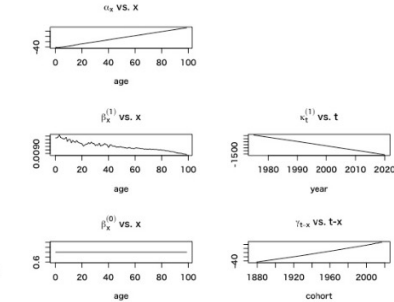
(a)LC モデル



出典：筆者算定

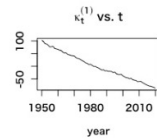
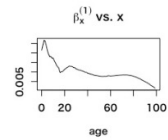
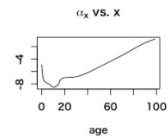
図8 1975~2021年の0~99歳鳥取女性死亡データを用いたLC・RHモデルのパラメータ推計結果

(b)RH モデル

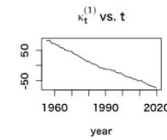
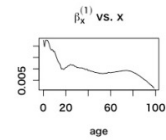
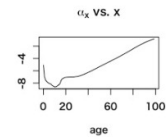


付録④：その他の推定結果

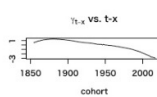
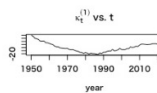
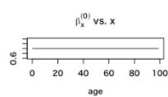
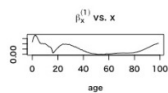
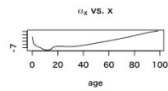
(a) LC モデル(1950~2021 年)



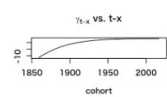
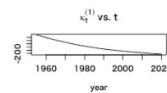
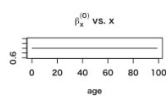
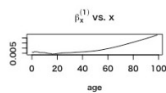
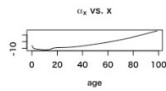
(b) LC モデル(1955~2021 年)



(c) RH モデル(1950~2021 年)



(d) RH モデル(1955~2021 年)



出典：筆者算定

図 11 0~99 歳の全国男性死亡データを用いた年次範囲を限定したモデルのパラメータ推定結果