

先進諸国死亡率への 日本のモデル生命表適用に関する研究¹

八木琉成²

¹ 本稿の執筆に際して、石井太教授（慶應義塾大学経済学部）から多くの有益な助言をいただいた。ここに記して感謝を申し上げる。

² 慶應義塾大学経済学部 4 年 石井太研究会 6 期

概要

本研究は、Log Quad Model (Wilmoth et al. 2012)及び”Extended Log Quad Model 2 (Horiguchi 2024)を先進諸国における地域別生命表データへ適用することにより、両モデルの実績値への適合性を評価することを目指す。

本研究では、対数死亡率と平均寿命の推計値の実績値との乖離を分析するという手法を用い、これまで必ずしも十分に明らかにされていなかった、Log Quad Model や Extended Log Quad Model 2 の先進諸国における地域別生命表データへの適合性の評価を提示した。具体的には、対数死亡率の推計値と実績値の乖離を年齢階級別に分析することを通じて、対数死亡率の推計誤差に対する死亡パターンの影響を明らかにした。

本研究の結果によれば、Extended Log Quad Model 2 は全体としては Log Quad Model よりも適合性が高いものの、近年、USMDB においては対数死亡率の若年期での推計誤差が拡大していること、平均寿命が全体的に過大推計となっていることが示された。これは、日本の死亡パターンに基づいて作成された Extended Log Quad Model 2 が、近年の米国特有のパターンを十分に表現できていない可能性を示唆するものである。

目次

はじめに.....	6
I. 研究の背景と目的.....	6
II. データと方法.....	9
1. データ.....	9
2. 方法.....	9
III. 結果と考察.....	11
おわりに.....	13
参考文献.....	15

図目次

図 1 各国における対数死亡率の $RMSE_{t,i}$ の推移.....	23
図 2 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(mx,t,i)$ (AHMD)	24
図 3 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(mx,t,i)$ (CHMD)	25
図 4 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(mx,t,i)$ (FHMD)	26
図 5 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(mx,t,i)$ (USMDB)	27
図 6 平均寿命の推計誤差と実績値の関係.....	28

表目次

表 1	Log Quad Model の係数.....	16
表 2	Extended Log Quad Model 2 の係数.....	17
表 3	各国における対数死亡率の $RMSE_t$ の推移.....	18
表 4	年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (AHMD)	19
表 5	年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (CHMD)	20
表 6	年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (FHMD)	21
表 7	年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (USMDB)	22

はじめに

本研究は、Log Quad Model (Wilmoth et al. 2012) 及び Extended Log Quad Model 2 (Horiguchi 2024) を先進諸国における地域別生命表データへ適用することにより、両モデルの実績値への適合性を評価することを目的とする。

近年、先進諸国においては COVID-19 による平均寿命の延びの鈍化や停滞、また地域間で異なる死亡改善パターンなどが観察されている。このような死亡動向を分析し、また、その将来推計を行うためには、死亡モデルが有用である。

本研究では、Subnational Mortality Database (SMD) による先進諸国の地域別生命表に Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 を適用し、年齢別対数死亡率及び平均寿命のモデル値を推計する。そして、このモデル値と実績値との乖離を分析することにより、これまで必ずしも十分に明らかにされていなかった、Log Quad Model や Extended Log Quad Model 2 の先進諸国における地域別生命表データへの適合性の評価を行う。

I. 研究の背景と目的

石井 (2013) によれば、人口動態事象は年齢によってその頻度が大きく異なるものがあるが、死亡もその代表例であり、死亡率などの死亡を表現する生命表関数を、単純な法則や規則を用いて簡約化して表すことができると便利であり、これを実現するのが死亡の年齢パターンモデルとされる。

死亡の年齢パターンモデルには、大きく分けて、

- (1) 数学的関数によるモデル
- (2) 数表によるモデル
- (3) リレーショナル・モデル

の3種類がある。

数学的関数によるモデルとは、年齢の数学的関数によって生命表関数を表現するものである。代表例としては、死力を年齢の指数関数で表す Gompertz モデル (Gompertz 1825) が挙げられる。数表によるモデルとは、経験に基づくいくつかの数表によって生命表関数を表現するものである。代表例としては、Coale-Demeny のモデル生命表 (Coale and Demeny 1983) が挙げられる。リレーショナル・モデルは、これら二つのモデルの長所をもつモデルともいうことができ、経験に基づく (数表による) 標準的な年齢パターンと、そこからの変化に関するパラメータを組み合わせる死亡パターンを表現するものである。代表例としては、ブラス・ロジットシステム (Brass 1971) やリー・カーター・モデ

ル (Lee and Carter 1992) が挙げられる。ブラス・ロジットシステム (Brass 1971) は、 l_x をロジット変換した関数

$$Y_x = \log\left(\frac{l_x}{1 - l_x}\right)$$

を考え、ある基準となるパターン Y_x^s を用いて、任意の Y_x^a が、

$$Y_x^a = \alpha + \beta Y_x^s$$

と表されるとするモデルである。ここで、 α がレベル、 β が形状を表すパラメータとなっている。

また、リー・カーター・モデル (Lee and Carter 1992) は以下のような式で表されるモデルであり、年齢・時系列パターンを表すリレーショナル・モデルの代表的な先行研究であり、以下の式で表される。

$$\log m_{x,t} = a_x + k_t b_x + \varepsilon_x$$

ここで、

$\log m_{x,t}$: 対数死亡率

a_x : 対数死亡率の標準的な年齢パターン

k_t : 死亡水準 (死亡指数)

b_x : k_t が変化する時の年齢別死亡率の変化

ε_x : 平均 0 の残差項

である。

以下では、本研究の直接的な先行研究である Wilmoth et al. (2012) と Horiguchi (2024) のレビューを行う。

近年、不完全なデータしか得ることができない開発途上地域を対象に、限られた情報に基づく間接推計を可能にする新たなモデル生命表の構築を目的として、リレーショナル・モデルを適用する研究が行われている。Log Quad Model³ (Wilmoth et al. 2012) はその一つであり、以下で表される。

$$\log(m_x) = a_x + b_x h + c_x h^2 + v_x k \quad (1)$$

ここで、 x は年齢 5 歳階級 (ただし、0 歳、1-4 歳、110 歳開放区間を除く)、 a_x, b_x, c_x, v_x は国際的な死亡データベースである Human Mortality Database (HMD) の 719 の生命表を用い、重み付き最小二乗法及び特異値分解によって推定されたパラメータであり、その値

³ Wilmoth et al. (2012) では log-quadratic model という名称が用いられているが、Horiguchi (2024) では同モデルを Log Quad Model、さらにその修正モデルを Extended Log Quad Model 2 として区別している。本研究では、これらの呼称に従い、Wilmoth et al. (2012) による log-quadratic model を Log Quad Model と呼ぶ。

は表 1 に示される通りである。また、 h は 0-4 歳の死亡確率 ${}_5q_0$ の対数値であり、全体的な死亡水準を決定するパラメータである。一方、 k は通常 $(-2, 2)$ の範囲の値をとるパラメータである。利用可能な信頼できるデータが 0-4 歳の死亡確率 ${}_5q_0$ のみである場合は $k = 0$ と仮定し、15~59 歳の死亡確率 ${}_{45}q_{15}$ も利用可能である場合は k を変化させる。この場合、 k は、観測された ${}_5q_0$ の対数値を (1) 式に代入し、さらに、モデルによる ${}_{45}q_{15}$ が観測された ${}_{45}q_{15}$ と一致するように数値的に推計される。 k は典型的な年齢パターン $a_x + b_x h + c_x h^2$ ((1) 式の右辺、第二次項まで) からの相対的な乖離を表し、死亡の年齢パターンの形状に影響を及ぼす。

Wilmoth et al. (2012) は、このモデルが不完全なデータしか得ることができない人口集団に対して精度の高い死亡率推計の基盤となりうるとしている一方、死亡率に関するすべての年齢パターンに対してあてはまりが良いわけでは必ずしもない。

堀口 (2022) は、1970 年代後半以降、高齢層の死亡率が急速に改善した日本の死亡データに Log Quad Model をあてはめた際に、高齢層の死亡率が改善するにつれて推計誤差が大きくなることを示した。そこで、堀口 (2022) は高齢層の死亡率の改善をモデルに反映させるため (1) 式に $u_x \gamma$ という項を加え、これを Extended Log Quad Model 1 (式 (2)) として定式化した。

$$\log(m_x) = a_x + b_x h + c_x h^2 + v_x k + u_x \gamma \quad (2)$$

ここで、 u_x は 50 歳以上の高齢層を対象として、 k を可変とした Log Quad Model (Wilmoth et al. 2012) の推計誤差をモデリングし、これを特異値分解することにより推定される。また、 γ は、観測された ${}_5q_0$ の対数値を (2) 式に代入し、モデルによる平均寿命 e_{65} が観測された e_{65} と一致するように数値的に推計される。

しかし、Extended Log Quad Model 1 は 50 歳未満の女性において推計誤差が大きく、とりわけ 20~39 歳の女性において顕著であることが Horiguchi (2024) により示されている。そこで、Horiguchi (2024) は (2) 式の $v_x k$ 及び $u_x \gamma$ という項の代わりに $w_x \gamma$ という項を加えた Extended Log Quad Model 2 (式 (3)) を提案した。

$$\log(m_x) = a_x + b_x h + c_x h^2 + w_x \gamma \quad (3)$$

ここで、 a_x, b_x, c_x の値は表 2 に示される通りであり、 w_x は 20 歳以上の年齢層を対象として、 $k = 0$ とした Log Quad Model の推計誤差をモデリングし、これを特異値分解することにより推定されたパラメータである。この w_x を用いて、 γ は、観測された ${}_5q_0$ の対数値を (3) 式に代入し、モデルによる平均寿命 e_{65} が観測された e_{65} と一致するように数値的に推計される。

Extended Log Quad Model 2 は日本における近年の高齢層の死亡状況を高い精度で表現できるだけでなく、Extended Log Quad Model 1 において課題とされていた 20~39 歳女性年齢層における推計誤差も改善されるとしている (Horiguchi 2024)。

一方、一般に地域別の生命表データは人口規模が小さいことが多く、統計的な安定性が必ずしも高くない。Log Quad Model や Extended Log Quad Model 2 はこのように統計的安定性が低い状況における生命表の推計に有効であると考えられる。しかしながら、それらが具体的な地域別生命表データにおいて、どの程度有効であるかを定量的に比較検証した先行研究は存在していない。

そこで、本研究は、Log Quad Model と Extended Log Quad Model 2 を、HMD と整合性を持つ先進諸国の地域別生命表データベースである Subnational Mortality Database (SMD)の生命表データへ適用し、両モデルの実績値への適合性を評価することを目的とする。

II. データと方法

1. データ

本節では、本研究に用いるデータと方法について述べる。まず、基礎データとしては、SMD による女性の 5 年期間別・年齢 5 歳階級別の地域別生命表を用いる。具体的には、Australian Human Mortality Database (AHMD) より 6 州 2 準州・1971 年～2019 年・0 歳～110 歳開放区間、Canadian Human Mortality Database (CHMD)より 10 州 2 準州・1970 年～2019 年・0 歳～110 歳開放区間、French Human Mortality Database (FHMD)より 13 地域・1971 年～2020 年・0 歳～105 歳開放区間、United States Morality Database (USMDB)より 50 州+コロンビア特別区・1970 年～2019 年・0 歳～110 歳開放区間の地域別生命表を用いる。

2. 方法

本研究では、Log Quad Model と Extended Log Quad Model 2 を SMD の先進諸国における地域別生命表データへ適用し、両モデルの実績値への適合性を評価する。

まず、I 節において述べた方法に基づき、各国の地域別生命表（女性・期間 (t) 別・地域 (i) 別）の年齢 5 歳階級 (x) 別の死亡率 $m_{x,t,i}$ に Log Quad Model と Extended Log Quad Model 2 をあてはめてパラメータを推計する。

次に、このパラメータを用いることにより年齢別死亡率のモデルによる推計値が得られるので、これと実績値の比較を行うとともに、推計値の実績値との乖離（推計値－実績値）について評価を行う。具体的には以下による。

(1), (3) 式で求められる対数死亡率の推計値の実績値との乖離（推計値－実績値） $d\log(m_{x,t,i})$ は、以下の式（4）で表される。

$$d\log(m_{x,t,i}) = \log(\hat{m}_{x,t,i}) - \log(m_{x,t,i}) \quad (4)$$

ここで、

$\log(\hat{m}_{x,t,i})$ ：対数死亡率の推計値

$\log(m_{x,t,i})$ ：対数死亡率の実績値

である。

また、期間（ t ）における年齢5歳階級（ x ）の乖離の平均値を、

$$d\log(m_{x,t}) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I d\log(m_{x,t,i}) \quad (5)$$

により求め、ある国の平均的な乖離として評価に用いる（ $i = 1 \dots I$ ）。

また、二乗平均平方根誤差（Root Mean Squared Error, RMSE）も推計値と実績値の乖離の評価に用いる。

具体的には、年齢5歳階級（ x ）別、5年期間（ t ）別、地域（ i ）別の対数死亡率の $RMSE_{t,i}$ は、 N を年齢階級の数として、以下で表される。

$$RMSE_{t,i} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_x (\log(\hat{m}_{x,t,i}) - \log(m_{x,t,i}))^2} \quad (6)$$

さらに、地域間での適合度のばらつきを考慮しつつ、5年期間（ t ）ごとのモデル適合性を分析するため、（6）式で求められる対数死亡率の $RMSE_{t,i}$ に対し、

$$RMSE_t = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sqrt{\frac{1}{N} \sum_x (\log(\hat{m}_{x,t,i}) - \log(m_{x,t,i}))^2} \quad (7)$$

により5年期間（ t ）の対数死亡率の $RMSE_t$ も評価に用いる。

また、平均寿命についても、推計値の実績値との乖離の評価を行う。

平均寿命の推計値の実績値との乖離（推計値－実績値） $de_{0,t,i}$ は、以下の（8）式で表される。

$$de_{0,t,i} = \hat{e}_{0,t,i} - e_{0,t,i} \quad (8)$$

ただし、

$\hat{e}_{0,t,i}$ ：平均寿命の推計値

$e_{0,t,i}$ ：平均寿命の実績値

である。

III. 結果と考察

本節では、II節の方法に基づいて得られた結果と考察について述べる。

まず、Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 を適用した際の対数死亡率の RMSE をもとに両モデルの適合性を国別に評価する。

図 1 は、Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 による対数死亡率の推計値と実績値との差に基づく $RMSE_{t,i}$ の地域分布を、国別に箱ひげ図で示したものであり、表 3 は各国における $RMSE_t$ の推移を示したものである。

図 1 の 1 番上の 2 つのグラフは AHMD の結果を示したものである。左側は Log Quad Model の結果であり、 $RMSE_t$ は 1985-1989 年までは 0.20 付近で推移しているが、その後上昇し、2000 年代後半以降には 0.37 付近の水準に達している。一方、右側は Extended Log Quad Model 2 の結果であり、 $RMSE_t$ は全期間を通じて 0.20 前後で推移している。

2 段目のグラフは CHMD の結果であり、左側の Log Quad Model では、 $RMSE_t$ が 2000-2004 年まで 0.25 前後で推移しているのに対し、それ以降上昇傾向を示し、2015-2019 年に 0.32 に達している。右側の Extended Log Quad Model 2 でも、2000-2004 年までは 0.22 前後で推移しているが、その後は上昇傾向を示し、2010 年代には 0.25 付近となっている。

3 段目に示された FHMD での結果をみると、左側の Log Quad Model では、1971-1975 年から上昇を続け、1991-1995 年には 0.30 となり、その後は同程度の水準で推移している。一方、右側の Extended Log Quad Model 2 では、全期間を通じて上昇する傾向がみられ、2016-2020 年には 0.28 にまで達している。

1 番下の段の USMDB での結果をみると、左側の Log Quad Model では、2000-2004 年までは 0.20 前後で推移しているが、その後上昇し、2015-2019 年には 0.27 に達している。一方、右側の Extended Log Quad Model 2 でも、2000-2004 年までは 0.20 前後で推移しているが、その後上昇し、2015-2019 年には 0.32 に達していることが観察される。

両モデルを比較すると、AHMD、CHMD 及び FHMD で特に最近の観察期間において Log Quad Model の推計誤差が Extended Log Quad Model 2 よりも大きい傾向が観察される。ただし、FHMD 及び USMDB では近年 Extended Log Quad Model 2 の推計誤差も大きくなっており、USMDB では直近の期間で Extended Log Quad Model 2 の推計誤差が Log Quad Model を上回っている。

次に、これらの対数死亡率の推計値と実績値の差に基づく RMSE の動向に対して、どの年齢階級の影響が大きいかを分析するため、各国で、Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 による対数死亡率の推計値と実績値の乖離を年齢 5 歳階級別に観察することとする。特に、表 3 で対数死亡率の $RMSE_t$ の動向が大きく変わる期間に着目し、乖離が

顕著となる年齢階級を明らかにする。以下では、若年期は概ね 30 歳未満、高齢期は概ね 65 歳以上として結果を記述する。

図 2 は AHMD について、Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 による対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(m_{x,t,i})$ を示したものであり、表 4 は地域間の平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ を示したものである。最も上の段から観察期間 1, 4, 7, 10 を示しており、図 1 と同様、左側が Log Quad Model、右側が Extended Log Quad Model 2 による結果を表している。左側の Log Quad Model による結果をみると、近年になるにつれ、若年期では推計値が実績値を大きく下回り、高齢期では大きく上回る傾向が観察される。一方、右側の Extended Log Quad Model 2 による結果をみると、多くの年齢階級及び期間で推計誤差が Log Quad Model より小さく、特に高齢期においてその傾向が顕著である。このような年齢別の乖離構造の違いにより、近年、図 1 及び表 3 で観察される、Log Quad Model による対数死亡率の RMSE が Extended Log Quad Model 2 よりも大きくなっていることが理解できる。

図 3 及び表 5 は CHMD で、同様の結果を示したものである。左側の Log Quad Model による結果をみると、近年になるにつれ、若年期では推計値が実績値を下回り、高齢期では上回る傾向が観察される。一方、右側の Extended Log Quad Model 2 による結果をみると、近年、若年期では推計値が実績値をわずかに下回る傾向が観察される。したがって、CHMD でも AHMD 同様、Log Quad Model に比べて Extended Log Quad Model 2 の RMSE が大きいものとなったのである。

一方、図 4 及び表 6 に示された FHMD の結果を見ると、左側の Log Quad Model では、若年期で推計値が実績値をわずかに下回る一方、高齢期では大きく上回る傾向が観察される。これに対し、右側の Extended Log Quad Model 2 では高齢期の誤差が小さいのに対し、近年になるにつれ、若年期で推計値が実績値を上回る傾向が観察される。したがって、FHMD でも Log Quad Model の RMSE は Extended Log Quad Model 2 よりも大きい傾向にあるが、近年、若年期で乖離が大きくなっていることが、Extended Log Quad Model 2 の RMSE を上昇させていると考えられる。

図 5 及び表 7 は USMDB の結果を示したものである。左側の Log Quad Model の結果をみると、高齢期では推計誤差が生じていることが観察される。一方、右側の Extended Log Quad Model 2 の結果をみると、近年になるにつれ、若年期で推計値が実績値を大きく下回る傾向が観察される。したがって、USMDB でも全体としては Extended Log Quad Model 2 による対数死亡率の RMSE が Log Quad Model よりも大きい傾向にあるものの、Extended Log Quad Model 2 による RMSE が、近年の若年期での乖離の拡大によって、上昇傾向にあることが理解できる。

最後に、図 6 に示された平均寿命の実績値と推計誤差の関係を観察する。これによれ

ば、左側の Log Quad Model では平均寿命が大きくなるほどモデル値が過小推計となる一方で、Extended Log Quad Model 2 ではそのような傾向は観察されない。ただし、USMDB については、Log Quad Model では全体的に過小推計となっている一方で、Extended Log Quad Model 2 では全体的に過大推計となっていることが観察された。

以上の観察から、全体としては、Extended Log Quad Model 2 の方が対数死亡率の RMSE が小さく、また、平均寿命の乖離も小さいことから、SMD の生命表データへの適合性が高いと考えられる。ただし、近年では、FHMD 及び USMDB で Extended Log Quad Model 2 の推計誤差が大きくなっており、これは年齢別に見た場合、若年期での乖離の発生が影響しているものと考えられる。特に、USMDB では、直近の期間で Extended Log Quad Model 2 の方が RMSE が大きい部分もあり、日本の死亡パターンに基づいて作成された Extended Log Quad Model 2 が近年の米国特有のパターンを十分に表現できていない可能性が示唆される。

おわりに

本研究では、Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 による対数死亡率及び平均寿命の推計値の実績値との乖離を分析するという手法を用い、これまで必ずしも十分に明らかにされていなかった、両モデルの SMD の先進諸国における地域別生命表データへの適合性の評価を提示した。具体的には、対数死亡率の推計値と実績値の乖離を年齢階級別に分析することを通じて、対数死亡率の推計誤差に対する死亡パターンの影響を明らかにした。

本研究の結果によれば、Extended Log Quad Model 2 は全体としては Log Quad Model よりも適合性が高いものの、近年、USMDB においては対数死亡率の若年期での推計誤差が拡大していること、平均寿命が全体的に過大推計となっていることが示された。これは、日本の死亡パターンに基づいて作成された Extended Log Quad Model 2 が近年の米国特有のパターンを十分に表現できていない可能性を示唆するものである。

一方、本研究には残された課題も存在する。本研究では、Log Quad Model 及び Extended Log Quad Model 2 の、SMD の先進諸国における地域別生命表データへの適合性を評価したが、これら以外の死亡パターンについては評価を行うことができなかった。先進諸国の中でも、本研究が対象としたオーストラリア・カナダ・フランス・米国とは異なる死亡パターンを有する国も存在すると考えられる。さらに、先進諸国以外の国では、死亡率改善が進んでいないことから両モデルの有効性も異なっている可能性が存在する。このような先進諸国における地域別生命表データなど、より多様な死亡パターンを対象と

した評価を行っていくことが今後の課題である.

参考文献

- 石井太 (2013) 「死亡率曲線の自由な方向への変化を表現する数理モデルとわが国の将来生命表への応用」『人口問題研究』. 第 69 巻, 第 3 号, pp.3-26.
- 国立社会保障・人口問題研究所「日本版死亡データベース」. <http://www.ipss.go.jp/p-toukei/JMD/index.asp>. (2025 年 11 月 4 日 最終アクセス)
- 堀口侑 (2022) 「日本のモデル生命表の開発と地域別生命表推計への応用—Flexible Model の修正に基づいて—」『人口学研究』. 第 58 巻, pp.13-28.
- Brass, W. (1971) “On the Scale of Mortality”, in W. Brass ed. *Biological Aspects of Demography*, London: Taylor and Francis Ltd, pp.69-110.
- Coale, A. J. and P. Demeny (1983) *Regional Model Life Tables and Stable Populations*, 2nd Edition, New York: Academic Press.
- Gompertz, B. (1825) “On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 115, pp.513-583.
- Horiguchi, Y. (2024) “Application of the Extended Log Quad Model to Municipal Life Tables”, *Springer*, Volume 43, article number 53.
- Human Mortality Database. Max Plank Institute for Demographic Research (Germany), University of California, Berkeley (USA), and French Institute for Demographic Studies. Available at www.mortality.org (2025 年 11 月 4 日 最終アクセス)
- Lee, R. and L. Carter (1992) "Modeling and Forecasting U.S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.87, No.419, pp.659-675.
- Subnational Mortality Databases (2025) “Subnational Mortality Databases”, <https://mortality.org/Links/SubnationalMortalityDatabases> (2025 年 11 月 4 日 最終アクセス)
- Wilmoth, J., Zureick, S., Canudas, V., Inoue, M., & Sawyer, C. (2012) “A flexible two-dimensional mortality model for use in indirect estimation”, *Population Studies*, Vol. 66, No. 1, pp. 128.

図表

表 1 Log Quad Model の係数

Age	Female			
	a_x	b_x	c_x	v_x
0	-0.6619	0.7684	-0.0277	0.0000
1-4				
5-9	-2.5608	1.7937	0.1082	0.2788
10-14	-3.2435	1.6653	0.1088	0.3423
15-19	-3.1099	1.5797	0.1147	0.4007
20-24	-2.9789	1.5053	0.1011	0.4133
25-29	-3.0185	1.3729	0.0815	0.3884
30-34	-3.0201	1.2879	0.0778	0.3391
35-39	-3.1487	1.1071	0.0637	0.2829
40-44	-3.2690	0.9339	0.0533	0.2246
45-49	-3.5202	0.6642	0.0289	0.1774
50-54	-3.4076	0.5556	0.0208	0.1429
55-59	-3.2587	0.4461	0.0101	0.1190
60-64	-2.8907	0.3988	0.0042	0.0807
65-69	-2.6608	0.2591	-0.0135	0.0571
70-74	-2.2949	0.1759	-0.0229	0.0295
75-79	-2.0414	0.0481	-0.0354	0.0114
80-84	-1.7308	-0.0064	-0.0347	0.0033
85-89	-1.4473	-0.0531	-0.0327	0.0040
90-94	-1.1582	-0.0617	-0.0259	0.0000
95-99	-0.8655	-0.0598	-0.0198	0.0000
100-104	-0.6294	-0.0513	-0.0134	0.0000
105-109	-0.4282	-0.0341	-0.0075	0.0000
110+	-0.2966	-0.0229	-0.0041	0.0000

出所：Wilmoth et al. (2012) による， ${}_5q_0$ を入力として用いるため 1-4 歳は除外されている

表 2 Extended Log Quad Model 2 の係数

Age	Female			
	a_x	b_x	c_x	w_x
0	-0.6619	0.7684	-0.0277	0.0000
1-4				
5-9	-2.5608	1.7937	0.1082	0.0000
10-14	-3.2435	1.6653	0.1088	0.0000
15-19	-3.1099	1.5797	0.1147	0.0000
20-24	-2.9789	1.5053	0.1011	-0.6327
25-29	-3.0185	1.3729	0.0815	-1.3312
30-34	-3.0201	1.2879	0.0778	0.1392
35-39	-3.1487	1.1071	0.0637	1.9181
40-44	-3.2690	0.9339	0.0533	3.6875
45-49	-3.5202	0.6642	0.0289	4.5852
50-54	-3.4076	0.5556	0.0208	5.5785
55-59	-3.2587	0.4461	0.0101	6.8216
60-64	-2.8907	0.3988	0.0042	7.7842
65-69	-2.6608	0.2591	-0.0135	8.0537
70-74	-2.2949	0.1759	-0.0229	8.1970
75-79	-2.0414	0.0481	-0.0354	7.5733
80-84	-1.7308	-0.0064	-0.0347	6.5570
85-89	-1.4473	-0.0531	-0.0327	5.4237
90-94	-1.1582	-0.0617	-0.0259	4.1474
95-99	-0.8655	-0.0598	-0.0198	2.9086
100-104	-0.6294	-0.0513	-0.0134	1.8440
105-109	-0.4282	-0.0341	-0.0075	1.0188
110+	-0.2966	-0.0229	-0.0041	0.5326

出所：Horiguchi(2024)による， ${}_5q_0$ を入力として用いるため 1-4 歳は除外されている

表3 各国における対数死亡率の $RMSE_t$ の推移

		観察期間									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AHMD	Log Quad Model	0.22	0.20	0.22	0.22	0.29	0.31	0.37	0.37	0.38	0.37
	Extended Log Quad Model 2	0.20	0.18	0.20	0.17	0.20	0.19	0.20	0.21	0.24	0.22
CHMD	Log Quad Model	0.27	0.27	0.25	0.24	0.24	0.22	0.22	0.28	0.32	0.32
	Extended Log Quad Model 2	0.22	0.23	0.22	0.22	0.22	0.21	0.20	0.24	0.28	0.25
FHMD	Log Quad Model	0.21	0.22	0.24	0.26	0.30	0.29	0.30	0.30	0.32	0.31
	Extended Log Quad Model 2	0.14	0.18	0.19	0.16	0.20	0.21	0.22	0.22	0.24	0.28
USMDB	Log Quad Model	0.20	0.22	0.21	0.20	0.20	0.18	0.18	0.22	0.26	0.27
	Extended Log Quad Model 2	0.19	0.20	0.21	0.20	0.21	0.21	0.21	0.23	0.26	0.32

出所：筆者作成，1~10 は各国の観察期間を示す。それぞれ以下の通り。

AHMD 1：1971-1974 年，2：1975-1979 年，3：1980-1984 年，4：1985-1989 年，5：1990-1994 年，
6：1995-1999 年，7：2000-2004 年，8：2005-2009 年，9：2010-2014 年，10：2015-2019 年

CHMD 1：1970-1974 年，2：1975-1979 年，3：1980-1984 年，4：1985-1989 年，5：1990-1994 年，
6：1995-1999 年，7：2000-2004 年，8：2005-2009 年，9：2010-2014 年，10：2015-2019 年

FHMD 1：1971-1975 年，2：1976-1980 年，3：1981-1985 年，4：1986-1990 年，5：1991-1995 年，
6：1996-2000 年，7：2001-2005 年，8：2006-2010 年，9：2011-2015 年，10：2016-2020 年

USMDB 1：1970-1974 年，2：1975-1979 年，3：1980-1984 年，4：1985-1989 年，5：1990-1994 年，
6：1995-1999 年，7：2000-2004 年，8：2005-2009 年，9：2010-2014 年，10：2015-2019 年

表 4 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (AHMD)

	5 年期間	年齢5歳階級																								
		0	1-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100-104	105+	110+	
AHMD	1971-1974	0.0028	-0.0051	-0.0357	0.2111	-0.1766	0.0712	0.2283	0.1997	0.0625	0.0029	-0.0398	-0.0184	-0.0137	-0.0351	0.0171	-0.0095	0.0235	0.1603	0.1709	0.1924	0.1924	0.1814	0.1699	0.1481	0.1313
Log Quad Model	1985-1989	0.0261	-0.0945	-0.3040	-0.2184	-0.4195	-0.4452	-0.1880	-0.0495	0.0207	0.0839	0.0943	0.0562	-0.0080	0.0334	0.0322	0.0649	0.1603	0.1995	0.1990	0.1887	0.1729	0.1479	0.1158	0.0919	
	2000-2004	0.0220	-0.0230	-0.4504	-0.5797	-0.6637	-0.7384	-0.7251	-0.5273	-0.3579	-0.0909	0.0503	0.1773	0.1883	0.1729	0.1673	0.2640	0.2763	0.2616	0.2297	0.1846	0.1445	0.1056	0.0702	0.0488	
	2015-2019	0.0131	0.0274	-0.2930	-0.6032	-0.5810	-0.5249	-0.5244	-0.4786	-0.3651	-0.1104	0.0194	0.1039	0.1795	0.2657	0.3679	0.4138	0.4046	0.3818	0.2931	0.1888	0.0996	0.0359	-0.0051	-0.0216	
Extended Log Quad Model 2	1971-1974	0.0028	-0.0051	-0.0984	0.1340	-0.2668	-0.0167	0.1517	0.1223	-0.0168	-0.0777	-0.1170	-0.0960	-0.0940	-0.1166	-0.0614	-0.0829	-0.0407	0.1061	0.1259	0.1587	0.1577	0.1549	0.1398	0.1269	
	1985-1989	0.0261	-0.0945	-0.2182	-0.1131	-0.2962	-0.3051	-0.0412	0.0520	0.0685	0.0775	0.0550	-0.0139	-0.1109	-0.1010	-0.1150	-0.0937	0.0088	0.0664	0.0892	0.1039	0.1134	0.1102	0.0949	0.0810	
Quad Model 2	2000-2004	0.0220	-0.0230	-0.1538	-0.2156	-0.2375	-0.2747	-0.2614	-0.1719	-0.1299	0.0079	0.0647	0.1172	0.0556	-0.0372	-0.0781	-0.0162	0.0005	0.0158	0.0278	0.0270	0.0339	0.0355	0.0314	0.0286	
	2015-2019	0.0131	0.0274	0.0046	-0.2379	-0.1534	-0.0495	-0.0378	-0.1242	-0.1670	-0.0703	-0.0395	-0.0456	-0.0627	-0.0696	-0.0071	0.0016	0.0068	0.0304	0.0038	-0.0357	-0.0579	-0.0639	-0.0602	-0.0504	

出所：筆者作成

表 5 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (CHMD)

CHMD	5 年時間	年齢 5 歳階級																							
		0	1-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100-104	105+	110+
Log Quad Model	1970-1974	-0.0181	0.1125	-0.1342	-0.2623	-0.2592	0.0238	0.1056	0.0297	0.0164	-0.0541	-0.0241	-0.0109	0.0471	0.1266	0.2549	0.2233	0.2920	0.2803	0.3102	0.3132	0.3241	0.3135	0.2924	0.2759
	1985-1989	0.0026	0.0076	-0.0691	-0.2335	-0.2171	-0.1358	-0.0131	0.0099	0.1398	0.0632	0.0351	0.0063	-0.0004	-0.0228	0.0239	0.1875	0.2157	0.2769	0.3147	0.3014	0.2904	0.2594	0.2127	0.1752
	2000-2004	-0.0360	0.1765	0.1535	-0.3032	-0.3203	-0.2578	-0.0391	-0.2313	-0.0847	0.0396	0.0157	0.1193	0.0202	-0.0337	-0.0400	0.0696	0.1344	0.2188	0.2076	0.1714	0.1386	0.1069	0.0744	0.0529
	2015-2019	-0.0738	0.3175	0.1224	-0.2318	-0.4336	-0.5373	-0.5796	-0.4066	-0.2233	-0.0484	0.1013	0.1010	0.1283	0.1342	0.1991	0.2383	0.3047	0.3584	0.3480	0.2788	0.2222	0.1669	0.1142	0.0801
Extended Log	1970-1974	-0.0181	0.1125	-0.0780	-0.1933	-0.1784	0.1335	0.2394	0.0922	-0.0067	-0.1628	-0.1799	-0.2151	-0.2138	-0.1822	-0.0700	-0.1131	-0.0220	0.0070	0.0844	0.1400	0.2026	0.2385	0.2499	0.2537
	1985-1989	0.0026	0.0076	-0.0751	-0.2409	-0.2258	-0.1241	0.0220	-0.0019	0.0710	-0.0621	-0.1185	-0.1790	-0.2258	-0.2788	-0.2405	-0.0809	-0.0319	0.0626	0.1374	0.1660	0.1954	0.1991	0.1794	0.1578
Quad Model 2	2000-2004	-0.0360	0.1765	0.2242	-0.2164	-0.2087	-0.1299	0.0960	-0.1397	-0.0449	0.0273	-0.0280	0.0458	-0.0851	-0.1692	-0.1876	-0.0885	-0.0161	0.0867	0.0987	0.0872	0.0796	0.0694	0.0538	0.0421
	2015-2019	-0.0738	0.3175	0.3129	-0.0513	-0.1598	-0.2248	-0.2509	-0.1815	-0.1212	-0.0703	0.0044	-0.0666	-0.1147	-0.1809	-0.1449	-0.1314	-0.0476	0.0489	0.0928	0.0816	0.0839	0.0792	0.0657	0.0548

出所：筆者作成

表 6 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (FHMD)

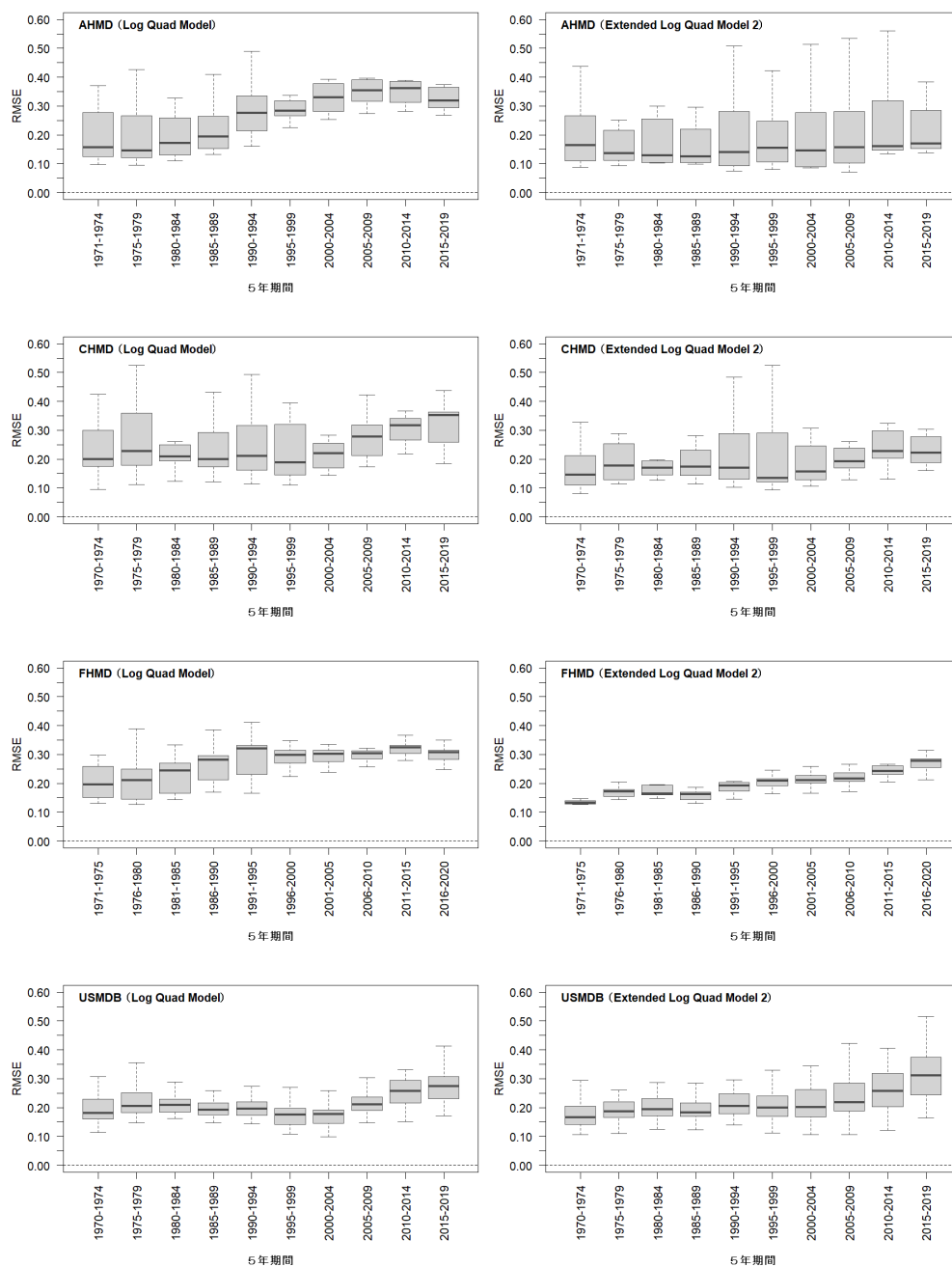
FHMD	5 年期間	年齢 5 歳階級																							
		0	1-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100-104	105+	
		1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	1971-1975	
Log Quad Model	1986-1990	-0.0094	0.0537	-0.1817	-0.1998	-0.3846	-0.3967	-0.3806	-0.2648	-0.1882	-0.0290	0.1195	0.0179	0.1040	0.2280	0.3442	0.4099	0.1344	0.2554	0.2346	0.0555	0.0013	-0.0324	-0.4389	
	2001-2005	0.1102	-0.3381	0.0162	0.0884	-0.0845	-0.3199	-0.2466	-0.2244	-0.2171	-0.2033	-0.1046	0.0295	0.2018	0.3971	0.3474	0.3765	0.3913	0.3624	0.4390	0.2228	0.1731	0.1283	-0.4685	
	2016-2020	-0.0059	0.0248	0.1085	0.1098	0.0306	-0.2844	-0.3195	-0.1572	-0.1503	-0.0247	-0.0085	0.0190	0.0656	0.1920	0.3413	0.4447	0.5817	0.5711	0.4051	0.2596	0.1225	0.0272	-0.4762	
	1971-1975	0.0026	-0.0105	0.0142	0.0030	-0.1363	-0.0138	0.1719	0.1416	0.0003	-0.0624	-0.0369	0.0196	0.1056	-0.0962	0.0273	0.0136	-0.0023	-0.0042	-0.0128	-0.0976	-0.0915	-0.0811	-0.4364	
Extended Log Quad Model 2	1986-1990	-0.0094	0.0537	-0.0575	-0.0474	-0.2061	-0.1895	-0.1589	-0.1188	-0.1323	-0.0639	0.0308	-0.1225	-0.0925	-0.0208	0.0751	0.1232	-0.1376	0.0170	0.0380	-0.0962	-0.1051	-0.0998	-0.4761	
	2001-2005	0.1102	-0.3381	0.1075	0.2004	0.0467	-0.1484	-0.0433	-0.1214	-0.2343	-0.3409	-0.3090	-0.2431	-0.1497	-0.0221	-0.0950	-0.0831	-0.0385	-0.0119	0.1298	-0.0146	0.0066	0.0228	-0.5269	
	2016-2020	-0.0059	0.0248	0.4406	0.5176	0.5080	0.2527	0.2374	0.2369	0.0509	-0.0182	-0.1217	-0.2056	-0.2755	-0.2628	-0.1607	-0.1004	0.0592	0.1109	0.0260	-0.0339	-0.0834	-0.1033	-0.5483	

出所：筆者作成

表 7 年齢 5 歳階級別対数死亡率の実績値との平均的な乖離 $d\log(m_{x,t})$ (USMDB)

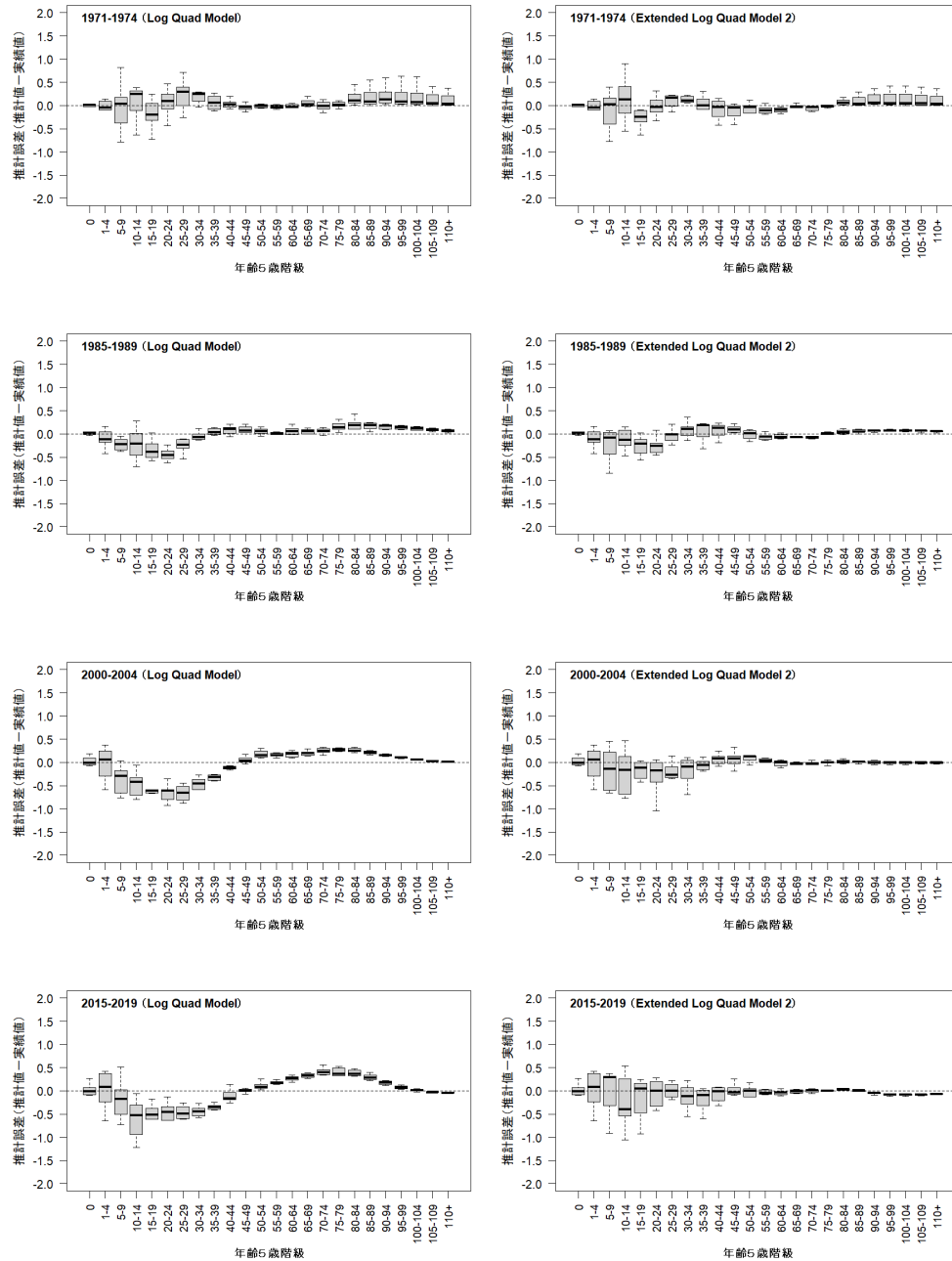
USMDB	5 年期間	年齢 5 歳階級																							
		0	1-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100-104	105+	110+
Log Quad Model	1970-1974	-0.0308	0.1598	0.1817	0.2072	0.0808	0.1697	0.1939	0.1421	0.0460	-0.0276	-0.0449	-0.0281	-0.0185	0.0215	0.1035	0.1497	0.2103	0.2488	0.2612	0.2502	0.2413	0.2143	0.1760	0.1461
	1985-1989	-0.0063	0.0411	0.1570	0.0959	-0.1283	-0.0234	0.0005	0.0444	0.0970	0.0967	0.0568	-0.0196	-0.0395	-0.0444	0.0287	0.1256	0.2492	0.3081	0.3220	0.3020	0.2795	0.2417	0.1921	0.1540
	2000-2004	-0.0315	0.1704	0.3036	0.1566	-0.0212	-0.0334	-0.0490	-0.0448	-0.0999	-0.0789	-0.0008	0.0574	0.0230	-0.0175	0.0230	0.1005	0.1872	0.2350	0.2304	0.1898	0.1565	0.1222	0.0861	0.0616
	2015-2019	-0.0507	0.2678	0.5599	0.4310	0.3526	0.0513	-0.1980	-0.2302	-0.1379	-0.0157	0.0307	0.0225	0.0360	0.1080	0.1936	0.2337	0.2939	0.3235	0.3103	0.2453	0.1924	0.1429	0.0954	0.0646
Extended Log	1970-1974	-0.0308	0.1598	-0.0045	-0.0215	-0.1868	-0.0896	-0.0303	-0.0882	-0.1937	-0.2752	-0.2847	-0.2712	-0.2785	-0.2383	-0.1478	-0.0869	0.0023	0.0731	0.1150	0.1404	0.1643	0.1655	0.1490	0.1320
	1985-1989	-0.0063	0.0411	0.0426	-0.0446	-0.2928	-0.1731	-0.1168	-0.0991	-0.0797	-0.1121	-0.1609	-0.2546	-0.3040	-0.3236	-0.2494	-0.1456	0.0052	0.0995	0.1489	0.1709	0.1876	0.1834	0.1599	0.1372
Quad Model 2	2000-2004	-0.0315	0.1704	0.1241	-0.0639	-0.2792	-0.2850	-0.2685	-0.2663	-0.3261	-0.3083	-0.2204	-0.1628	-0.2104	-0.2484	-0.1988	-0.1069	0.0058	0.0821	0.1032	0.0945	0.0897	0.0798	0.0627	0.0493
	2015-2019	-0.0507	0.2678	0.2455	0.0449	-0.0994	-0.3902	-0.5842	-0.6181	-0.5317	-0.4128	-0.3481	-0.3561	-0.3641	-0.2864	-0.1847	-0.1191	-0.0141	0.0642	0.0944	0.0836	0.0790	0.0710	0.0557	0.0439

出所：筆者作成



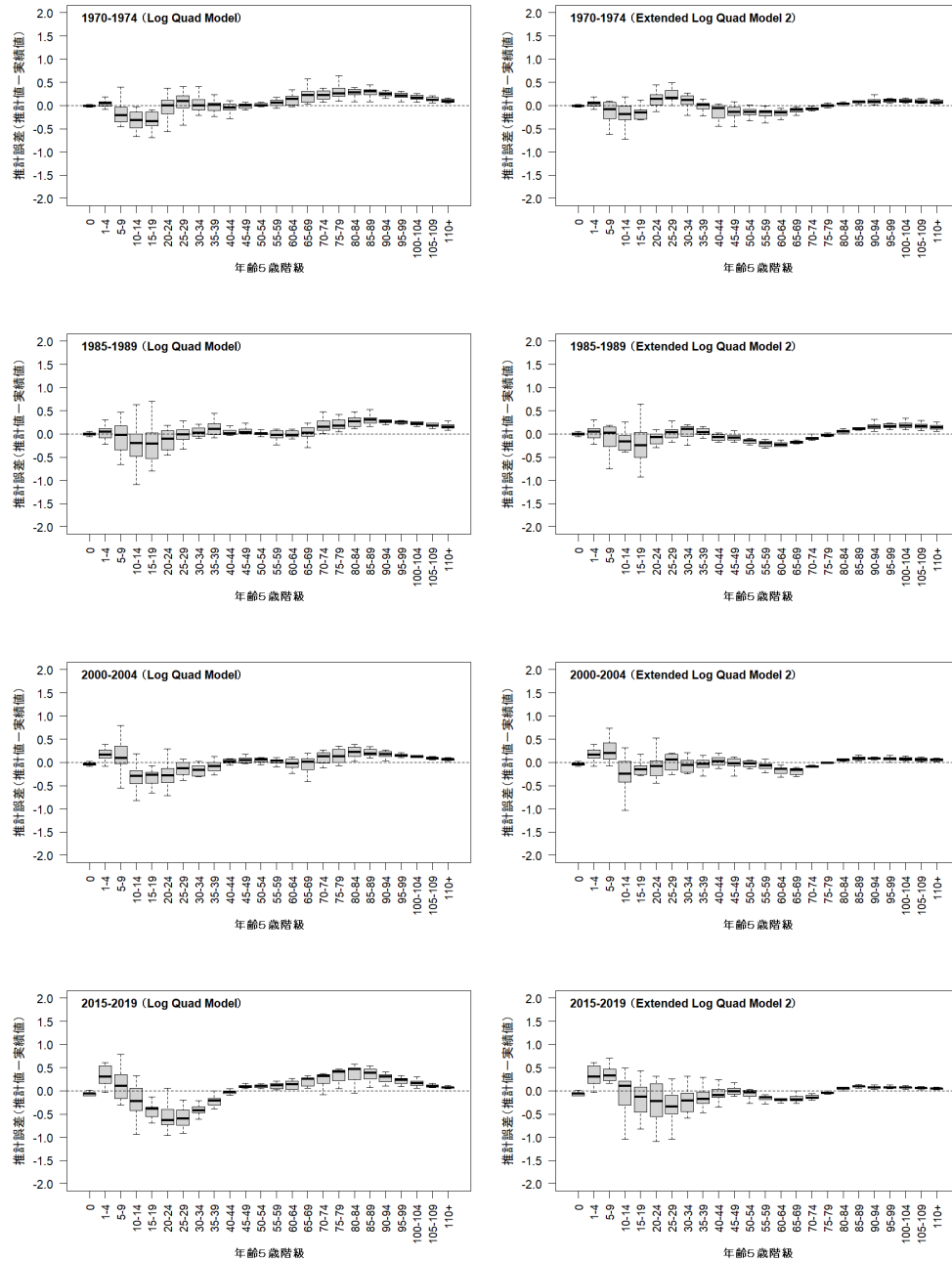
出所：筆者作成

図1 各国における対数死亡率の $RMSE_{t,i}$ の推移



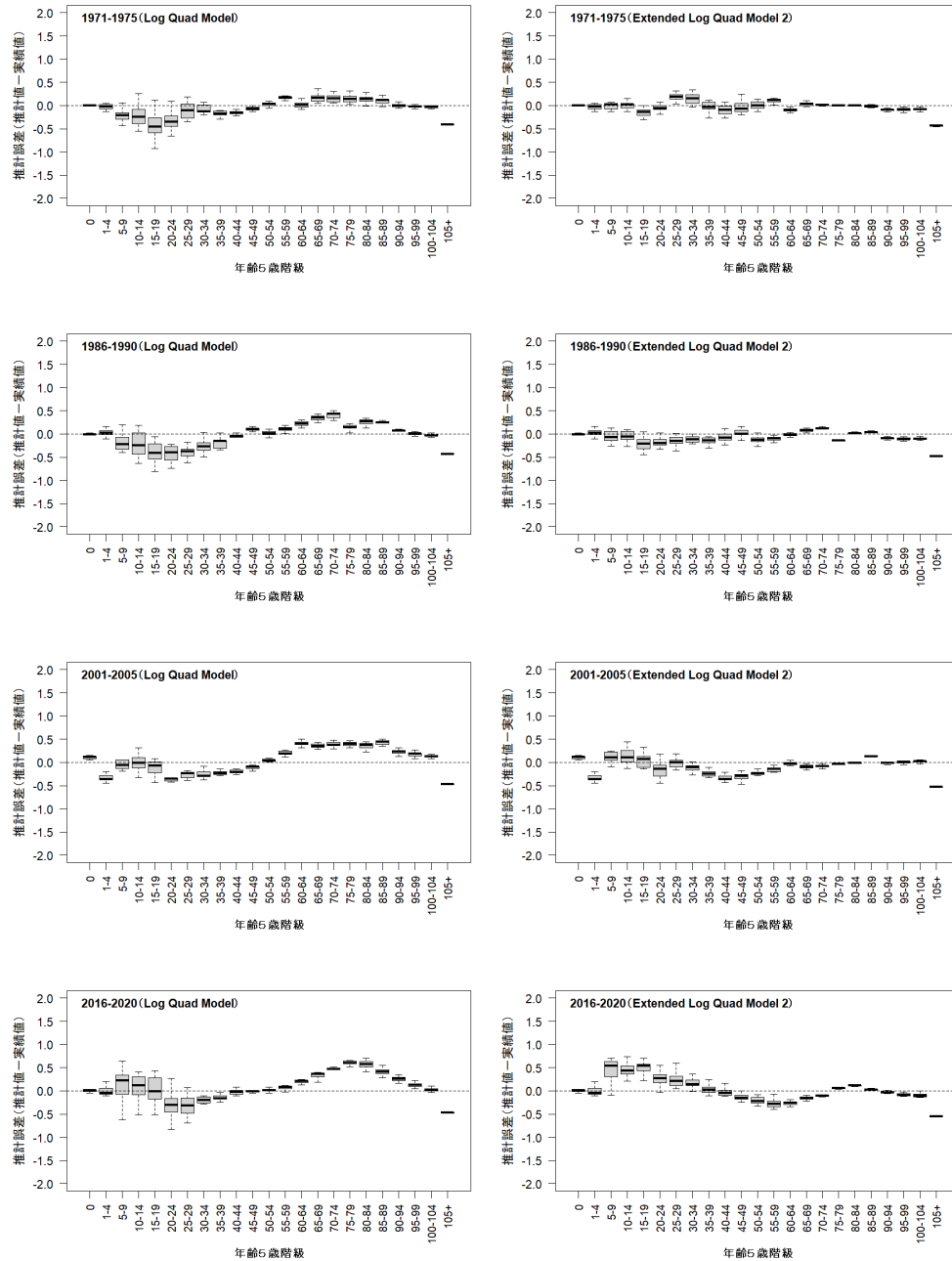
出所：筆者作成

図2 年齢5歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(m_{x,t,i})$ (AHMD)



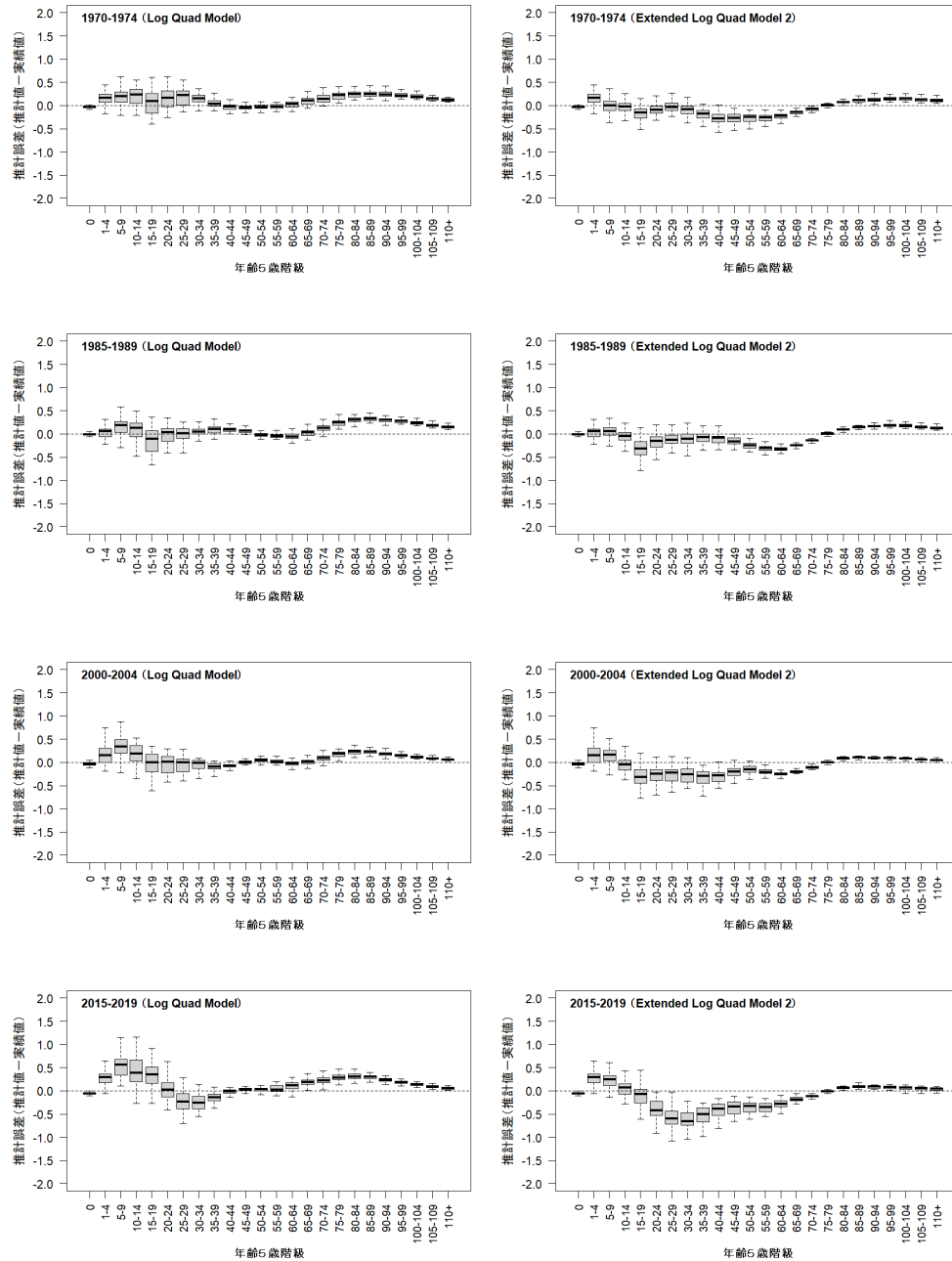
出所：筆者作成

図3 年齢5歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(m_{x,t,i})$ (CHMD)



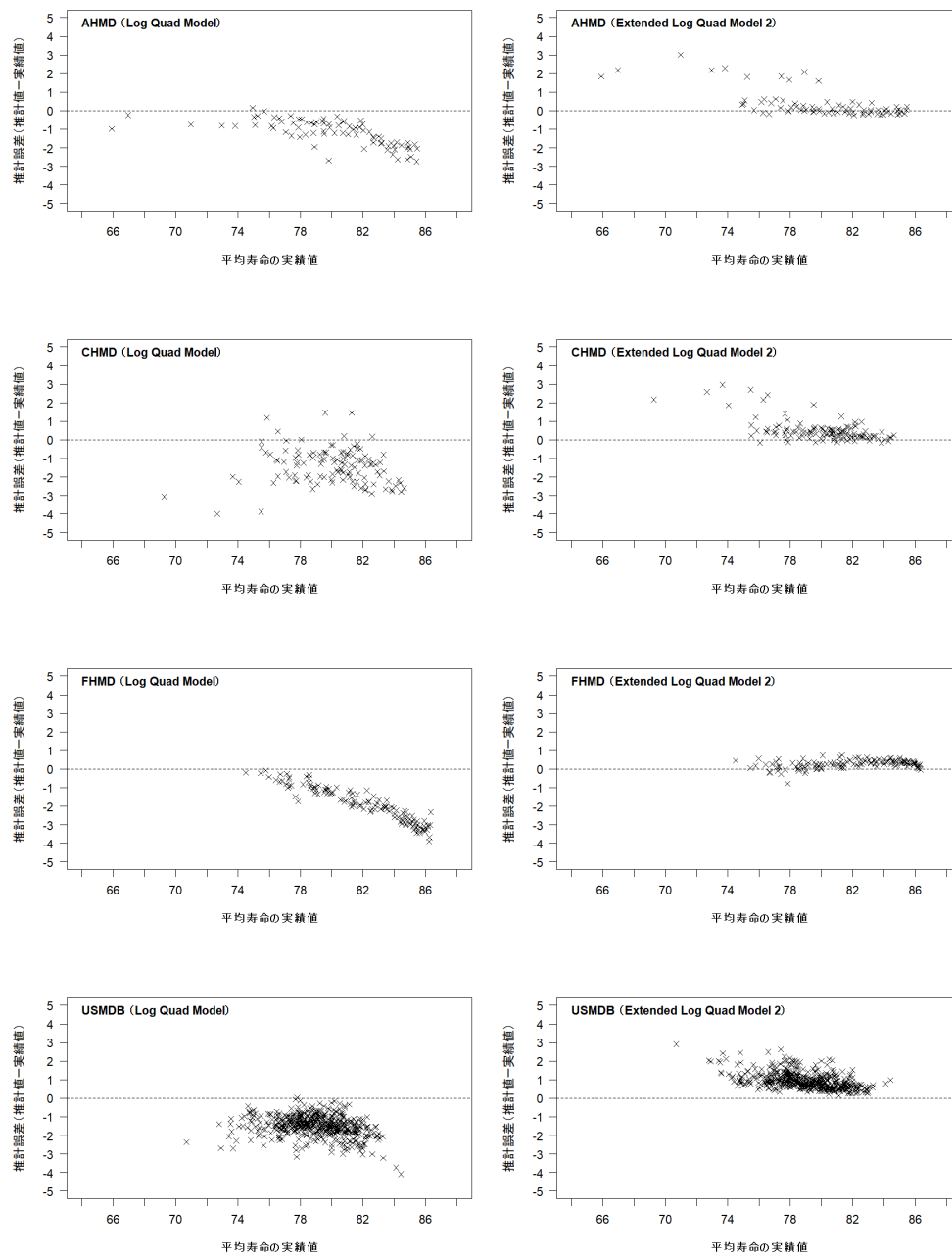
出所：筆者作成

図4 年齢5歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(m_{x,t,i})$ (FHMD)



出所：筆者作成

図5 年齢5歳階級別対数死亡率の実績値との乖離 $d\log(m_{x,t,i})$ (USMDB)



出所：筆者作成

図6 平均寿命の推計誤差と実績値の関係