

先進諸国死亡率への 日本のモデル生命表適用に関する研究

石井太研究会 6期生 八木琉成

1. 研究の背景と目的

死亡の年齢パターンモデル...

死亡率などの死亡を表現する生命表関数を、単純な法則や規則を用いて簡約化して表すことができる

死亡の年齢パターンモデル

数学的関数によるモデル

...年齢の数学的関数によって生命表関数を表現

代表例)
Gompertz Model (Gompertz 1825)

数表によるモデル

...経験に基づくいくつかの数表によって生命表関数を表現

代表例)
Coale-Demny のモデル生命表
(Coale and Demny 1983)

リレーショナルモデル

...経験に基づく（数表による）標準的な年齢パターンと、そこからの変化に関するパラメータを組み合わせで死亡パターンを表現

代表例)
・ブラス・ロジットシステム (Brass 1971)
・リー・カーター・モデル (Lee and Carter 1992)

本研究の直接的な先行研究①

・近年、不完全なデータしか得ることができない開発途上地域を対象に、限られた情報に基づく間接推計を可能にする新たなモデル生命表の構築を目的として、リレーショナル・モデルを適用する研究が行われている。その一つが、（１）式で表されるLog Quad Model (Wilmoth et al. 2012)。

$$\log(m_x) = a_x + b_x h + c_x h^2 + v_x k \quad (1)$$

x ：年齢5歳階級（ただし、0歳、1-4歳、110歳開放区間を除く）

$\log(m_x)$ ：年齢別対数死亡率

a_x, b_x, c_x, v_x ：国際的な死亡データベースであるHuman Mortality Database (HMD)の719の生命表を用い、重み付き最小二乗法及び特異値分解によって推定されたパラメータ（表1）

h ：全体的な死亡水準を表すパラメータであり、0~4歳の死亡確率 ${}_5q_0$ の対数値

k ：典型的な年齢パターン $a_x + b_x h + c_x h^2$ （（１）式の右辺、第二項まで）からの相対的な乖離を表し、死亡の年齢パターンの形状に影響を及ぼす。

利用可能な信頼できるデータが0-4歳の死亡確率 ${}_5q_0$ のみである場合は $k=0$ と仮定し、15~59歳の死亡確率 ${}_{45}q_{15}$ も利用可能である場合は k を変化させる。この場合、 k は、観測された ${}_5q_0$ の対数値を（１）式に代入し、さらに、モデルによる ${}_{45}q_{15}$ が観測された ${}_{45}q_{15}$ と一致するように数値的に推計される。

表1 Log Quad Model の係数

Age	Female			
	a_x	b_x	c_x	v_x
0	-0.6619	0.7684	-0.0277	0.0000
1-4				
5-9	-2.5608	1.7937	0.1082	0.2788
10-14	-3.2435	1.6653	0.1088	0.3423
15-19	-3.1099	1.5797	0.1147	0.4007
20-24	-2.9789	1.5053	0.1011	0.4133
25-29	-3.0185	1.3729	0.0815	0.3884
30-34	-3.0201	1.2879	0.0778	0.3391
35-39	-3.1487	1.1071	0.0637	0.2829
40-44	-3.2690	0.9339	0.0533	0.2246
45-49	-3.5202	0.6642	0.0289	0.1774
50-54	-3.4076	0.5556	0.0208	0.1429
55-59	-3.2587	0.4461	0.0101	0.1190
60-64	-2.8907	0.3988	0.0042	0.0807
65-69	-2.6608	0.2591	-0.0135	0.0571
70-74	-2.2949	0.1759	-0.0229	0.0295
75-79	-2.0414	0.0481	-0.0354	0.0114
80-84	-1.7308	-0.0064	-0.0347	0.0033
85-89	-1.4473	-0.0531	-0.0327	0.0040
90-94	-1.1582	-0.0617	-0.0259	0.0000
95-99	-0.8655	-0.0598	-0.0198	0.0000
100-104	-0.6294	-0.0513	-0.0134	0.0000
105-109	-0.4282	-0.0341	-0.0075	0.0000
110+	-0.2966	-0.0229	-0.0041	0.0000

出所：Wilmoth et al. (2012)による、 ${}_5q_0$ を入力として用いるため1-4歳は除外されている

本研究の直接的な先行研究②

- ・ Wilmoth et al. (2012) は、このモデルが不完全なデータしか得ることができない人口集団に対して精度の高い死亡率推計の基盤となりうるとしている一方、死亡率に関するすべての年齢パターンに対してあてはまりが良いわけでは必ずしもないとしている。
- ・ そこで、Horiguchi (2024)は、日本における近年の高齢層の死亡状況を高い精度で表現できるExtended Log Quad Model 2（（3）式）を提案している。

$$\log(m_x) = a_x + b_x h + c_x h^2 + w_x \gamma \quad (2)$$

x ：年齢5歳階級（ただし、0歳、1-4歳、110歳開放区間を除く）

$\log(m_x)$ ：年齢別対数死亡率

a_x, b_x, c_x ：Wilmoth et al. (2012)で推計された係数を援用（表2）

w_x ：20歳以上の年齢層を対象として、 $k=0$ としたLog Quad Modelの推計誤差をモデリングし、これを特異値分解することにより推定されたパラメータ（表2）

γ ： w_x を用いて、観測された ${}_5q_0$ の対数値を（3）式に代入し、モデルによる平均寿命 e_{65} が観測された e_{65} と一致するように数値的に推計される。

表2 Extended Log Quad Model 2 の係数

Age	Female			
	a_x	b_x	c_x	w_x
0	-0.6619	0.7684	-0.0277	0.0000
1-4				
5-9	-2.5608	1.7937	0.1082	0.0000
10-14	-3.2435	1.6653	0.1088	0.0000
15-19	-3.1099	1.5797	0.1147	0.0000
20-24	-2.9789	1.5053	0.1011	-0.6327
25-29	-3.0185	1.3729	0.0815	-1.3312
30-34	-3.0201	1.2879	0.0778	0.1392
35-39	-3.1487	1.1071	0.0637	1.9181
40-44	-3.2690	0.9339	0.0533	3.6875
45-49	-3.5202	0.6642	0.0289	4.5852
50-54	-3.4076	0.5556	0.0208	5.5785
55-59	-3.2587	0.4461	0.0101	6.8216
60-64	-2.8907	0.3988	0.0042	7.7842
65-69	-2.6608	0.2591	-0.0135	8.0537
70-74	-2.2949	0.1759	-0.0229	8.1970
75-79	-2.0414	0.0481	-0.0354	7.5733
80-84	-1.7308	-0.0064	-0.0347	6.5570
85-89	-1.4473	-0.0531	-0.0327	5.4237
90-94	-1.1582	-0.0617	-0.0259	4.1474
95-99	-0.8655	-0.0598	-0.0198	2.9086
100-104	-0.6294	-0.0513	-0.0134	1.8440
105-109	-0.4282	-0.0341	-0.0075	1.0188
110+	-0.2966	-0.0229	-0.0041	0.5326

出所：Horiguchi(2024)による、 ${}_5q_0$ を入力として用いるため1-4歳は除外されている

本研究と先行研究の位置づけ

- ・一般に地域別の生命表データは人口規模が小さいことが多く、統計的な安定性が必ずしも高くない。Log Quad ModelやExtended Log Quad Model 2はこのように統計的安定性が低い状況における生命表の推計に有効であると考えられる。
- ・しかしながら、それらが具体的な地域別生命表データにおいて、どの程度有効であるかを定量的に比較検証した先行研究は存在していない。
- ・そこで、本研究は、Log Quad ModelとExtended Log Quad Model 2を、HMDと整合性を持つ先進諸国の地域別生命表データベースであるSubnational Mortality Database (SMD)の生命表データへ適用し、両モデルの実績値への適合性を評価することを目的とする。

II. データと方法

1. データ

基礎データとしては、SMDによるオーストラリア・カナダ・フランス・米国の女性の5年期間別・年齢5歳階級別の地域別生命表を用いる。

オーストラリア

- ・ 8地域別
- ・ 年齢5歳階級別 (0, 1-4, ..., 105-109, 110+)
- ・ 5年期間別 (1971 ~ 2019)

カナダ

- ・ 12地域別
- ・ 年齢5歳階級別 (0, 1-4, ..., 105-109, 110+)
- ・ 5年期間別 (1970 ~ 2019)

フランス

- ・ 13地域別
- ・ 年齢5歳階級別 (0, 1-4, 5-9, ..., 100-104, 105+)
- ・ 5年期間別 (1971 ~ 2020)

米国

- ・ 51地域別
- ・ 年齢5歳階級別 (0, 1-4, ..., 105-109, 110+)
- ・ 5年期間別 (1970 ~ 2019)

2. 方法

本研究では、Log Quad ModelとExtended Log Quad Model 2をSMDの先進諸国における地域別生命表データへ適用し、両モデルの実績値への適合性を評価する。

- ・まず、1節において述べた方法に基づき、各国の地域別生命表（女性・期間（ t ）別・地域（ i ）別）の年齢5歳階級（ x ）別の死亡率 $m_{x,t,i}$ にLog Quad ModelとExtended Log Quad Model 2をあてはめてパラメータを推計する。

・次に、このパラメータを用いることにより年齢別死亡率及び平均寿命のモデルによる推計値が得られるので、これと実績値の比較を行うとともに、推計値の実績値との乖離（推計値－実績値）について評価を行う．具体的には、以下の指標を用いる．

①対数死亡率のRMSE

$$RMSE_t = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sqrt{\frac{1}{N} \sum_x (\log(\hat{m}_{x,t,i}) - \log(m_{x,t,i}))^2} \quad (1)$$

ここで、

$\log(\hat{m}_{x,t,i})$ ：対数死亡率の推計値

$\log(m_{x,t,i})$ ：対数死亡率の実績値

N ：年齢階級の数

I ：地域の数

②平均寿命の推計誤差（推計値－実績値）

$$d e_{0,t,i} = \hat{e}_{0,t,i} - e_{0,t,i} \quad (2)$$

ここで、

$\hat{e}_{0,t,i}$ ：平均寿命の推計値

$e_{0,t,i}$ ：平均寿命の実績値

③対数死亡率の推計誤差（推計値－実績値）

$$d \log(m_{x,t}) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\log(\hat{m}_{x,t,i}) - \log(m_{x,t,i})) \quad (3)$$

Ⅲ. 結果と考察

①対数死亡率のRMSE

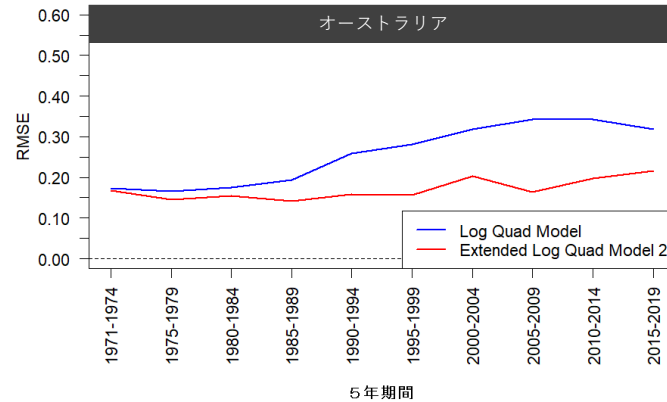


図 1-1

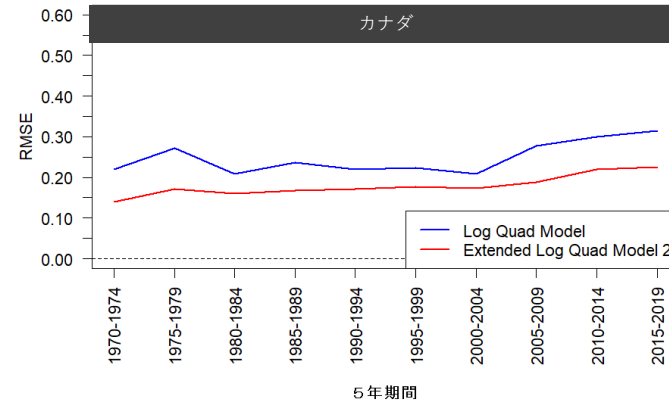


図 1-2

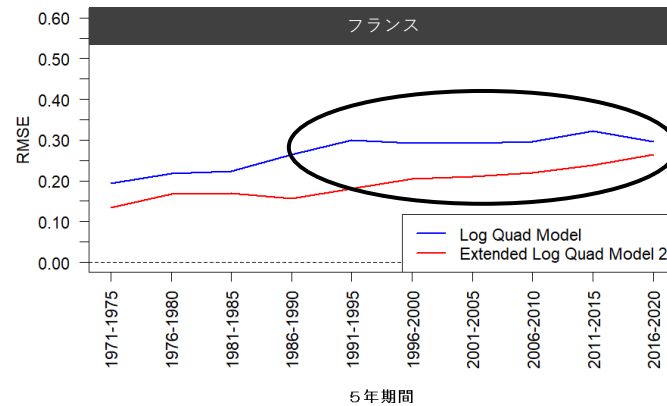


図 1-3

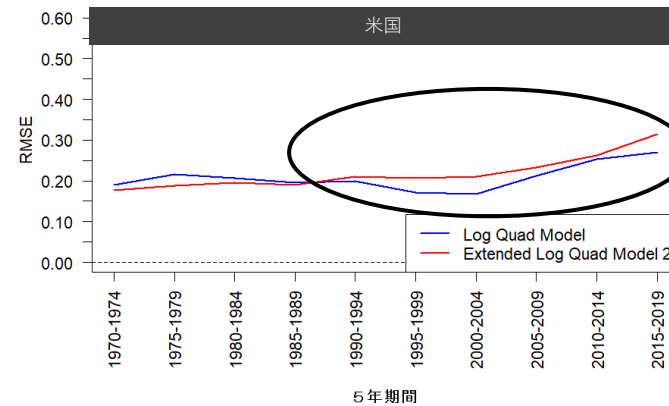


図 1-4

全体としては、Extended Log Quad Model 2の推計誤差はLog Quad Model よりも小さく、適合性が高いといえる。

ただし、近年、フランス（図 1-3）と米国（図 1-4）では、Extended Log Quad Model 2の推計誤差が大きくなっており、米国（図 1-4）では Extended Log Quad Model 2の推計誤差がLog Quad Modelを上回っている。

出所：筆者作成

図 1 対数死亡率のRMSEの推移

②平均寿命の推計誤差（推計値－実績値）

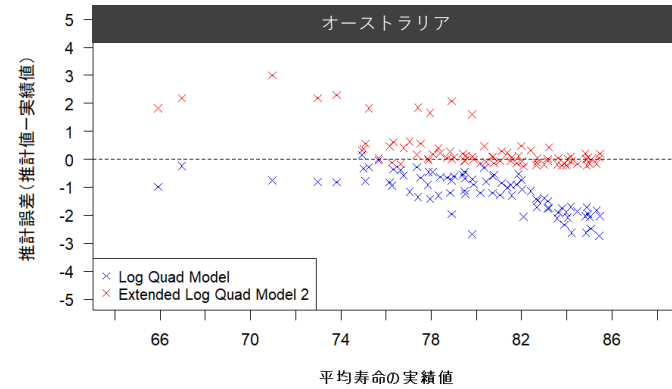


図 2－1

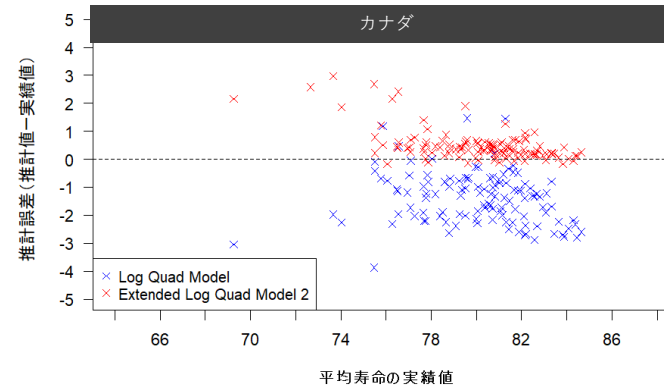


図 2－2

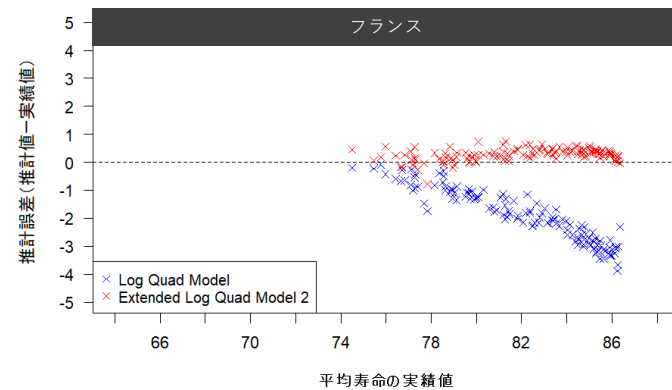


図 2－3

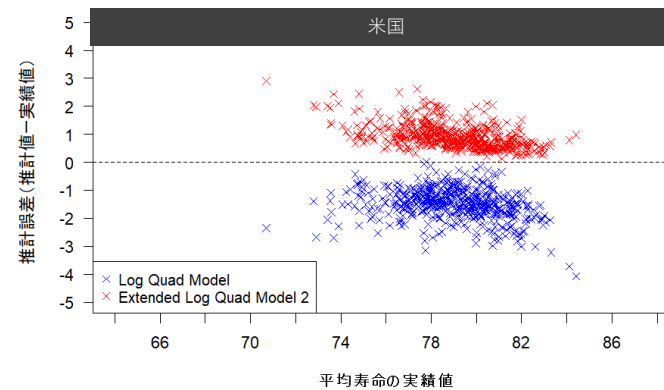


図 2－4

出所：筆者作成

図 2 平均寿命の推計誤差と実績値の関係

全体としては、Log Quad Model は、平均寿命が大きくなるほど過小推計となっている一方で、Extended Log Quad Model 2ではそのような傾向は観察されない。

ただし、米国（図 2－4）では、Extended Log Quad Model 2は全体的に過大推計の傾向が、Log Quad Modelは全体的に過小推計の傾向が観察される。

③対数死亡率の推計誤差（推計値－実績値）を年齢5歳階級別に観察することとする。

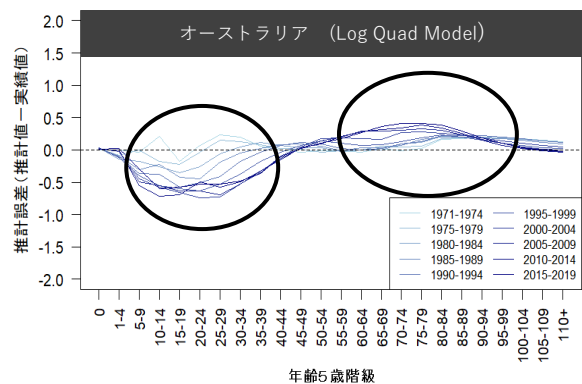


図3-1(a)

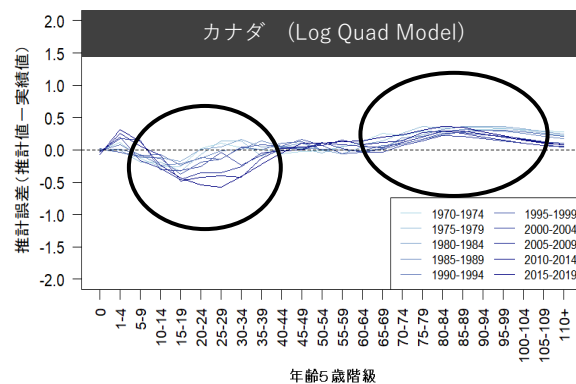


図3-2(a)

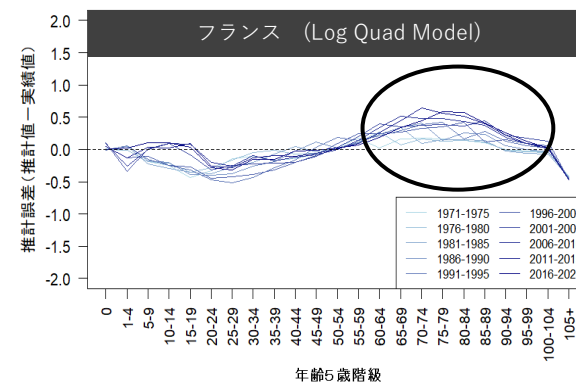


図3-3(a)

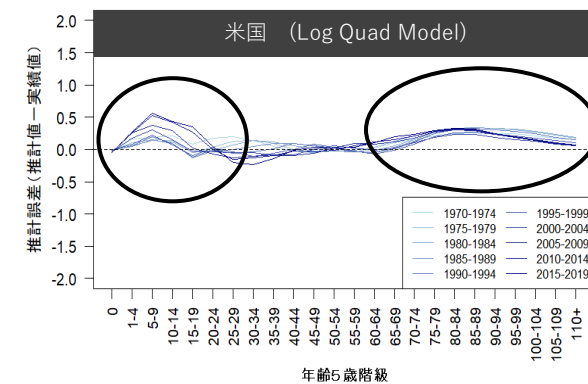


図3-4(a)

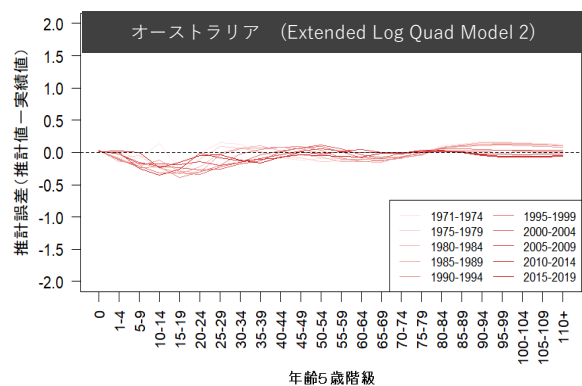


図3-1(b)

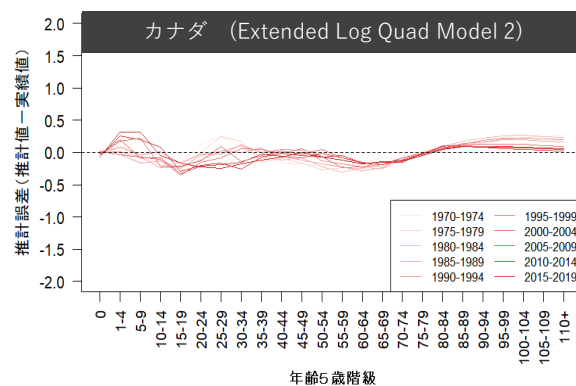


図3-2(b)

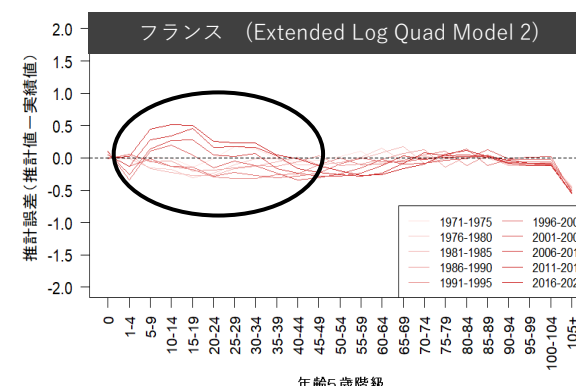


図3-3(b)

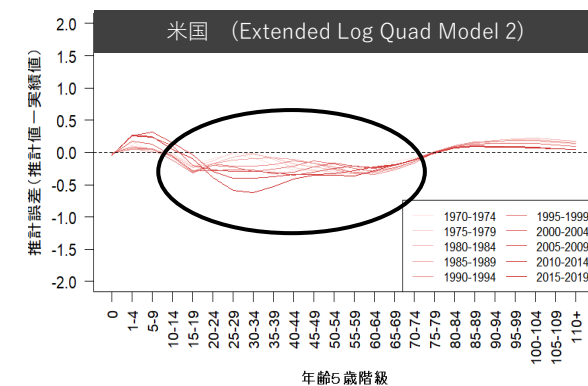


図3-4(b)

出所：筆者作成

図3 対数死亡率の推計誤差（年齢5歳階級別）

以上の観察から得られた主な結果

- ・全体としては、Extended Log Quad Model 2の方が対数死亡率のRMSEが小さく、また、平均寿命の乖離も小さいことから、SMDの生命表データへの適合性が高いと考えられる。
- ・ただし、近年では、フランスと米国でExtended Log Quad Model 2の推計誤差が大きくなっており、これは年齢階級別に見た場合、若年期での乖離の発生が影響しているものと考えられる。
- ・特に、米国では、直近の期間でExtended Log Quad Model 2の方がRMSEが大きい部分もあり、日本の死亡パターンに基づいて作成されたExtended Log Quad Model 2が近年の米国特有のパターンを十分に表現できていない可能性が示唆される。

おわりに

- ・本研究では、Log Quad Model及びExtended Log Quad Model 2による対数死亡率及び平均寿命の推計値の実績値との乖離を分析するという手法を用い、これまで必ずしも十分に明らかにされていなかった、両モデルのSMDの先進諸国における地域別生命表データへの適合性の評価を提示した。具体的には、対数死亡率の推計値と実績値の乖離を年齢階級別に分析することを通じて、対数死亡率の推計誤差に対する死亡パターンの影響を明らかにした。

- ・一方、本研究には残された課題も存在する。本研究では、SMDの先進諸国における地域別生命表データを対象としたが、これら以外の死亡パターンについては評価を行うことができなかった。先進諸国の中でも、本研究が対象としたオーストラリア・カナダ・フランス・米国とは異なる死亡パターンを有する国も存在すると考えられる。さらに、先進諸国以外の国では、死亡率改善が進んでいないことから両モデルの有効性も異なっている可能性が存在する。このような先進諸国における地域別生命表データなど、より多様な死亡パターンを対象とした評価を行っていくことが今後の課題である。

参考文献

- 石井太 (2013) 「死亡率曲線の自由な方向への変化を表現する数理モデルとわが国の将来 生命表への応用」『人口問題研究』. 第69巻, 第3号, pp.3-26.
- 国立社会保障・人口問題研究所「日本版死亡データベース」. <http://www.ipss.go.jp/p-toukei/JMD/index.asp>. (2025年11月4日 最終アクセス)
- Brass, W. (1971) "On the Scale of Mortality", in W. Brass ed. *Biological Aspects of Demography*, London: Taylor and Francis Ltd, pp.69-110.
- Coale, A. J. and P. Demeny (1983) *Regional Model Life Tables and Stable Populations*, 2nd Edition, New York: Academic Press.
- Gompertz, B. (1825) "On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 115, pp.513-583.
- Horiguchi, Y. (2024) "Application of the Extended Log Quad Model to Municipal Life Tables", *Springer*, Volume 43, article number 53.
- Human Mortality Database. (2023) "Human Mortality Database", University of California, Berkeley (USA) and Max Plank Institute for Demographic Research (Germany). <https://www.mortality.org> or <https://www.humanmortality.de> (2025年11月4日 最終アクセス)
- Lee, R. and L. Carter (1992) "Modeling and Forecasting U.S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.87, No.419, pp.659-675.
- Subnational Mortality Databases. (2025) "Subnational Mortality Databases", <https://mortality.org/Links/SubnationalMortalityDatabases> (2025年11月4日 最終アクセス)
- Wilmoth, J., Zureick, S., Canudas, V., Inoue, M., & Sawyer, C. (2012) "A flexible two-dimensional mortality model for use in indirect estimation", *Population Studies*, Vol. 66, No. 1, pp. 128.